

Modèles de conception et de commande pour machines polyphasées asynchrones à commutation électronique de pôles

Lucas Roux

▶ **To cite this version:**

Lucas Roux. Modèles de conception et de commande pour machines polyphasées asynchrones à commutation électronique de pôles. Sciences de l'ingénieur [physics]. École Nationale Supérieure des Arts et Métiers, 2025. Français. ⟨NNT : 2025ENAME044⟩. ⟨tel-05407179⟩

HAL Id: tel-05407179

https://pastel.hal.science/tel-05407179v1

Submitted on 9 Dec 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES DES MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR

Institut de Recherche deL'École Navale (IRENAV) - Campus de Paris

THÈSE

Présentée par : **Lucas ROUX**
Soutenue le : **8 juillet 2025**
Pour obtenir le grade de **Doctorat** délivré par
L'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers
Spécialité : **Génie électrique**

Modèles de conception et de commande pour machines polyphasées asynchrones à commutation électronique de pôles

Thèse dirigée par :
Franck SCUILLER

et encadrée par :
Florent BECKER

		Jury
M. Eric SEMAIL	Professeur des Universités, ENSAM	Président
M. Hamid BEN AHMED	Professeur des Universités, École normale supérieure de Rennes	Rapporteur
M. Smail MEZANI	Maître de conférences, Université de Lorraine	Rapporteur
M. Franck SCUILLER	Maître de conférences, École navale	Directeur
M. Florent BECKER	Docteur, École navale	Co-encadrant
M. Mohamed EL HACHEMI BENBOUZID	Professeur des universités, Université de Bretagne Occidentale	Examinateur
Mme Sara BAZHAR	Docteure, E-motors	Examinatrice

THÈSE

Modèle n.m (lat. : *modulus*, mesure) :
1. Représentation simplifiée, souvent formalisée, d'un processus, d'un système.
2. Qui est parfait en son genre.

Remerciements

Ces travaux de thèse se sont entièrement déroulés à l'Institut de Recherche et d'Études Navale (*IRENav*) à l'École navale du 1er septembre 2022 au 8 juillet 2025 et ont été financés par un contrat doctoral spécifique normalien.

Je remercie tout d'abord Franck Scuiller, maître de conférences à l'École navale et directeur de cette thèse, pour m'avoir proposé ce sujet de thèse et de son aide précieuse tout au long de ces trois ans de travail. La qualité de son encadrement, son expertise dans le domaine et sa disponibilité ont été des appuis nécessaires au très bon déroulement de cette thèse. Sa pertinence et sa rigueur scientifique m'ont permis d'appréhender sereinement des aspects difficiles mais fondamentaux des différentes modélisations utilisées.

Aussi, je remercie Florent Becker, chercheur à l'École navale, d'avoir participé à l'encadrement de cette thèse. Ses compétences techniques ont été indispensables aux différentes expériences menées tout au long de ces travaux. Sa disponibilité pour la conception, le montage et l'exploitation du banc d'essai a été fondamentale pour la confrontation des modèles.

Je les remercie aussi pour ces discussions plus légères dans un bureau, autour d'un café, ou en attendant que les mesures des essais s'enregistrent.

J'exprime aussi ma gratitude à Eric Semail, professeur à l'École nationale supérieure d'Arts et Métiers de Lille, pour avoir été président du jury de soutenance. Ses connaissances et ses contributions relatives à la modélisation des machines polyphasées ont donné lieu à des questions et remarques extrêmement pertinentes pendant et après la soutenance. Je souhaite remercier Hamid Ben Ahmed, professeur à l'École normale supérieure de Rennes, et Smail Mezani, maître de conférence à l'Université de Lorraine, d'avoir accepté de rapporter cette thèse et de permettre des discussions sur des aspects très précis de conception et de commande des machines électriques. Enfin, je remercie Mohamed Benbouzid, professeur à l'Université de Bretagne occidentale, et Sara Bazhar, docteure chez E-Motors, d'avoir apporté leurs expertises universitaire et industrielle sur ce sujet.

J'ai passé cette thèse à l'*IRENav* et j'y ai rencontré nombreux enseignants, chercheurs et stagiaires. Discuter avec eux m'ont permis d'en apprendre plus sur plein de sujets et de sortir un peu de mon travail.

J'ai une pensée particulière à celles et ceux qui étaient ou sont encore dans le même bateau que moi. Ils m'ont accompagné pendant ces trois années autour d'un café, autour d'une bière, d'un palet, à l'École navale ou à Brest, donc merci à Simon, Fabian, Timothée, Feriel, Antoine, Clément, Clara, Baptiste, Lily, Clément, Marie, Maël, Liberté et surtout *Nana*. Je leur souhaite du courage pour la suite.

Je pense aussi à celles et ceux qui m'ont permis de prétendre à des études scientifiques. Jamy, Fred, Sabine, la petite voix et Marcel m'ont donné le goût des sciences. Mes enseignants scientifiques au Séminaire Collège Sainte Marie de Fort-de-France et au lycée Saint Paul à Vannes, m'ont donné des bases solides permettant de prétendre à des cursus post-bac complets. Mes enseignants en classes préparatoires du lycée Livet, m'ont formé à l'étude rigoureuse des sciences. Enfin, les enseignants et chercheurs rencontrés à l'ENS Rennes et à l'École navale ont fait naître une appétence pour la recherche.

Finalement, je remercie ma famille, au sens large, de m'avoir accompagné pendant ces vingt-cinq ans. J'ai aussi une pensée pour celles et ceux qui n'ont pas pu voir la finalité de cette

thèse. Merci à vous deux, Papa et Maman, pour tout. Vous avez réussi avec brio votre travail de parents. Merci à Paul, mon petit frère, et Alice, ma petite sœur, qui m'ont accompagné aux quatre coins de la France et des outre-mer, qui m'accompagnent encore et qui m'accompagneront encore longtemps. Merci aussi à mes grands-parents, Mamie et Papi la Houle, Papyannick et Mamie Titie.

Table des matières

I État de l'art et contexte **5**

I.1 Généralités sur les machines asynchrones 6
I.1.1 Structure et comportement généraux d'une machine asynchrone 6
I.1.2 Modélisation linéaire au premier harmonique 9
I.2 Intérêts et utilisations 11
I.2.1 Coût de production et puissance 11
I.2.2 Modèles de commande d'une machine asynchrone 12
I.2.3 Avantages et inconvénients des machines polyphasées 15
I.3 Changement électronique de polarité d'une machine asynchrone 15
I.3.1 Modélisation générale du bobinage 17
I.3.2 Séquence d'alimentation : changement électronique de polarité 22
I.3.3 Utilisation de la commutation électronique de pôles 23
I.4 Modélisation des harmoniques d'espace du champ d'entrefer 24
I.4.1 Harmoniques générables par une séquence statorique 24
I.4.2 Facteur de bobinage 26
I.4.3 Harmoniques présents dans l'entrefer 28
I.5 Bases séquentielles : bases de Fortescue et de Clarke 29
I.5.1 Base de Fortescue 30
I.5.2 Base de Clarke 30
I.5.3 Machines fictives 32
I.5.4 Propriété du bobinage dans les bases de découplage 33
I.6 Méthodes de prise en compte de la non linéarité du matériau magnétique 35
I.6.1 Augmentation locale de l'entrefer 35
I.6.2 Modèles paramétriques des inductances 36
I.6.3 Modèle par réseau de réluctances 37
I.7 Positionnement 38
I.7.1 Verrou n° 1 : prédiction des performances statiques et transitoires 38
I.7.2 Verrou n° 2 : prédiction de la saturation magnétique 38
I.7.3 Verrou n° 3 : utilisation correcte des séquences 39
I.8 Matériels et méthodes 39

II Modèles circuits linéaires **43**

II.1 Approche temporelle : modèle des circuits couplés 44
II.1.1 Expression dans les bases naturelles 44
II.1.2 Expression dans les bases de Fortescue 55
II.1.3 Modélisation générale des application linéaires 64
II.2 Approche fréquentielle : modèle circuit équivalent 67
II.2.1 Équation de tension statorique 68
II.2.2 Équation de tension rotorique 70
II.2.3 Création du modèle circuit équivalent 70
II.2.4 Équations équivalentes et circuit équivalent 72

II.2.5 Analyse et résolution du modèle fréquentiel . . . 73
II.2.6 Résumé de l'étude du modèle fréquentiel . . . 76
II.3 Conclusion . . . 78

III Modèles de réseau de réluctances **81**
III.1 Construction du réseau . . . 82
III.1.1 Modélisation du stator . . . 82
III.1.2 Modélisation du rotor . . . 83
III.1.3 Modélisation de l'entrefer . . . 84
III.1.4 Réseau complet . . . 85
III.2 Mise en équation du réseau . . . 86
III.2.1 Théorèmes d'Ampère : loi des mailles . . . 87
III.2.2 Conservation du flux : loi des nœuds . . . 89
III.2.3 Fermeture du modèle . . . 90
III.2.4 Résolution numérique . . . 90
III.3 Comparaison magnétostatique . . . 90
III.3.1 Réseau de réluctances avec matériau linéaire . . . 91
III.3.2 Réseau de réluctances avec matériau non linéaire . . . 96
III.4 Conclusion . . . 103

IV Commande de machine pour la commutation de pôles **105**
IV.1 Transformation de Park généralisée . . . 106
IV.1.1 Base de Clarke . . . 106
IV.1.2 Rotation généralisée des plan de Clarke . . . 107
IV.2 Modèle de machine au premier harmonique . . . 108
IV.2.1 Modèle de machine triphasée . . . 108
IV.2.2 Modèle de machine polyphasée . . . 109
IV.3 Commande vectorielle . . . 109
IV.3.1 Superposition du repère de Park sur le flux rotorique . . . 109
IV.3.2 Détermination du flux rotorique de consigne . . . 110
IV.3.3 Modèle de commande d'une machine asynchrone polyphasée . . . 111
IV.3.4 Modèle de commande de la charge . . . 114
IV.3.5 Résumé du schéma de commande . . . 114
IV.4 Intégration du modèle sur un banc d'essais pour le pilotage d'une machine 9 phases 114
IV.4.1 Caractéristiques du banc d'essai . . . 115
IV.4.2 Onduleur polyphasé . . . 115
IV.4.3 Hacheur survolteur . . . 118
IV.4.4 Mesures des courants et de la vitesse . . . 119
IV.4.5 Pertes collectives . . . 119
IV.4.6 Calcul théorique du rendement des convertisseurs statiques . . . 119
IV.5 Essais . . . 120
IV.5.1 Caractéristiques couple-vitesse d'une machine asynchrone polyphasée . . . 120
IV.5.2 Calcul du rendement de la machine asynchrone . . . 122
IV.5.3 Tracé des cartes de rendement . . . 123
IV.5.4 Analyse des angles de Park . . . 125
IV.5.5 Analyse des courants statoriques . . . 127
IV.5.6 Analyse des tensions statoriques . . . 127
IV.5.7 Résumé des essais . . . 127
IV.6 Conclusion . . . 130

A Calcul des coefficients de la matrice de couplage stator/rotor **137**
A.1 Coefficients de la matrice $[M_{sr,v}]\,[F_r]$: droites et plans rotoriques atteints 137
A.1.1 Cas 1 : v appartient à une droite homopolaire rotorique 138
A.1.2 Cas 2 : v appartient à un plan rotorique 139
A.1.3 Cas 3 : v appartient à un plan rotorique 140
A.1.4 Cas 4 140
A.1.5 Forme de la matrice $[M_{sr,v}]\,[F_r]$ 140
A.2 Coefficients de la matrice $[\mathcal{L}_{sr,v}]$: couplage entre les espaces statoriques et rotoriques 141
A.2.1 v appartient à une droite rotorique 141
A.2.2 v appartient à un plan rotorique 142
A.3 Synthèse 143

Table des figures

I.1 Stator et rotor d'une machine asynchrone à cage . . . 7
I.2 Géométrie générale d'une section de stator et de rotor d'une machine asynchrone à cage . . . 8
I.3 Caractéristique couple-glissement typique d'une machine asynchrone . . . 9
I.4 Bilan de puissance active dans une machine asynchrone . . . 9
I.5 Modèle Γ . . . 10
I.6 Principe de la commande U_s/f_s . . . 13
I.7 Contrôle direct du couple présenté par [18] . . . 14
I.8 Contrôle direct du flux présenté par [21] . . . 16
I.9 Contrôle indirect du flux présenté par [23] . . . 16
I.10 Géométrie et caractéristique de la machine *ISCAD* de *Molabo* (https://molabo.com/en/technology/) . . . 17
I.11 Répartition des phases de la distribution $9-ND$ dans le stator. Les conducteurs aller sont notés en majuscule et les conducteurs retour en minuscule . . . 19
I.12 Distribution de bobinage des deux premières phases de la distribution (I.17) . . . 20
I.13 Onde de force magnétomotrice générée par des courants polyphasés de valeur efficace 1A déphasés de $2\pi/N_s$ alimentant le bobinage décrit par la distribution (I.17) . . . 21
I.14 Diagrammes de Fresnel des deux séquences distinguables d'un bobinage 5 phases 23
I.15 Force magnétomotrice pour les 4 séquences du bobinage présenté par la distribution de la relation (I.17) . . . 24
I.16 Conclusions de l'étude [35] sur le design de machine asynchrones à deux polarités 25
I.17 Module du facteur de bobinage pour le bobinage $9-ND$ $(p=1)$ . . . 27
I.18 Module du facteur de bobinage pour le bobinage $9-D$ $(p=1)$ . . . 28
I.19 Champ d'entrefer obtenu par injection de l'harmonique 3 et écrêtant l'onde du fondamental . . . 29
I.20 Phases d'une machine 7 phases selon leurs axes magnétiques naturels . . . 33
I.21 Machines fictives d'une machine 7 phases selon les axes de Clarke . . . 34
I.22 Variation de la perméabilité en fonction de la position. Le maximum de champ est localisé à $\theta_f = 0$rad . . . 36
I.23 Modélisation présentée dans [52] pour le plan 1, avec $(L_{m,1,0}, L_{m,1,\infty}, c_1, r_1) = (153.5\text{mH}, 120.5\text{mH}, 0.563\text{Wb}, 3.9)$ et $(\mathcal{N}_{r,1,0}, \mathcal{N}_{r,1,\infty}, d_1, s_1) = (71.6\text{mH}, 3.4\text{mH}, 0.0546\text{T}, 4.1)$ 37
I.24 Décomposition du domaine statorique proposée par [54] (Fig. 8) . . . 37
I.25 Prototype 9 phases de l'*IRENav* dont le stator est bobiné selon le bobinage $9-ND$ et le bobinage rotorique est une cage de 31 barres (tension nominale : 77V, courant nominal : 3.65A) . . . 40
I.26 Différents bobinages utilisés . . . 40

II.1 Évolutions des vitesses pour une alimentation en tension sinusoïdale $55\text{V}-50\text{Hz}$ obtenues par intégration temporelle de (II.22) . . . 52
II.2 Évolutions des vitesses pour des essais en tension sinusoïdale $55\text{V}-50\text{Hz}$ de la machine $9-ND$ de l'IRENav . . . 52

II.3 Évolutions du courant statorique pour une alimentation en tension sinusoïdale 55V − 50Hz obtenues par intégration temporelle de (II.22) 53
II.4 Évolution du courant pour les essais une alimentation en tension sinusoïdale 55V − 50Hz de la machine $9-ND$ 53
II.5 Modélisation et résultats *EF-2D* magnétodynamique linéaire de la machine $5-31$ pour la séquence $u=1$ 54
II.6 Évolution du courant pour une alimentation en tension sinusoïdale 55V − 50Hz de la machine $5-31$ pour un glissement de 5% 54
II.7 Modèle Γ monophasé linéaire d'une machine asynchrone 55
II.8 Composantes de Fortescue du vecteur des courants statoriques pour une alimentation de la machine $9-ND$ en tension sinusoïdale à vitesse imposée 63
II.9 Projection du courant statorique dans $\mathbf{F}^{N_s}$ pour une alimentation de la machine $9-D$ en tension sinusoïdale à vitesse imposée 63
II.10 Composantes de Fortescue et de Clarke du vecteur des courants statoriques de la machine $5-32$ pour une alimentation en tension sinusoïdale à vitesse libre . . . 64
II.11 Composantes de Fortescue et de Clarke du vecteur des courants statoriques de la machine $5-31$ pour une alimentation en tension sinusoïdale à vitesse libre . . . 65
II.12 Projection du flux statorique dans $\mathbf{F}^{N_s}$ pour une alimentation de la machine $5-31$ en courant sinusoïdal. Le flux est normalisé par sa valeur maximale. 66
II.13 Composantes de Fortescue du vecteurs des courants des phases statoriques obtenus lors d'essais sur la machine $9-ND$, avec une alimentation à tension modulée pour les quatre séquences 67
II.14 Couple en fonction du temps pour une alimentation en tension 55V − 50Hz à un glissement imposé à 5% pour la séquence 1 de la machine $5-31$ calculé par simulations *EF-2D* magnétodynamique linéaire 69
II.15 Couple en fonction de la fréquence pour une alimentation en tension 55V − 50Hz à la séquence 1 de la machine $5-31$. La décompositont faite à partir du couple de la figure II.14 et à partir de 0.5s, correspondant au début du régime permanent. Les interactions de type 1 sont en indigo et les interactions de type 2 sont en marron. 69
II.16 Circuits équivalents mono (a) et multi-harmoniques (b) pour une séquence donnée générant la famille d'harmoniques $\mathcal{F}_u$ 73
II.17 Coefficient d'effet de peau des résistances rotoriques 74
II.18 Caractéristiques couple électromagnétique-glissement et courant statorique -glissement de la machine $9-ND$ pour une alimentation en tension sinusoïdale 30V − 50Hz. Les courbes sont obtenues par intégration du modèle temporel, par résolution du modèle fréquentiel ou par essais sur le prototype 9-phases 77
II.19 Caractéristiques couple-glissement et courant statorique glissmeent de la machine $9-D$ pour une alimentation en tension sinusoïdale 55V − 50Hz 78

III.1 Zone statorique, lignes de champ principales et réseau de réluctance correspondant 83
III.2 Zone rotorique, lignes de champ principales et réseau de réluctance correspondant 84
III.3 Trois différents cas de vis-à-vis dentaire 85
III.4 Dépendance de la surface de vis-à-vis par rapport à la différence de position . . . 85
III.5 Nombe d'inconnues Q_g d'une machine $(Q_s,Q_r)=(24,23)$ en fonction de la position du rotor 86
III.6 Section et réseau de réluctance d'une machine $(Q_s,Q_r)=(24,23)$ pour $\theta_m=0$rad. Par soucis de visualisation, l'entrefer est largement augmenté. 86
III.7 Théorèmes d'Ampère dans les zones statoriques et rotoriques 87
III.8 Exemple d'un maillage de l'entrefer pour une position du rotor donnée 88

III.9 Simulations *FEMM* magnétostatiques de la machine $9-ND$ avec un matériau linéaire alimentée par des courants statoriques de valeur efficace la valeur nominale 3.65A, de séquences 1 et 3 et sans courants rotoriques 91
III.10 Flux moyen dans les dents statorique de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 3.65A. 93
III.11 Flux moyen dans les périphéries statorique de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 3.65A. . . 93
III.12 Composantes de Fortescue du vecteur des flux de phases statoriques de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 3.65A. 94
III.13 Carte de champ magnétique de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 3.65A. 94
III.14 Composantes de Fortescue du flux rotorique pour une alimentation en courant sur la séquence 1 pour un courant de valeur efficace 3.65A 95
III.15 Algorigramme de la méthode itérative utilisée 98
III.16 Courbe d'excitation magnétique du matériau non linéaire modélisé par la relation (III.42), et du matériau issu de la bibliothèse *FEMM* 98
III.17 Composantes de Fortescue du vecteurs des flux de phases rotoriques pour un courant statorique de valeur efficace $I_s = 5$A pour les quatre séquences de la machines $9-ND$ 100
III.18 Carte de champ magnétique de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 5A pour un matériau non linéaire. 101
III.19 Nombre d'itérations et temps nécessaire pour résoudre le système (III.26) pour une alimentation de la machine $9-ND$ avec la séquence 3 102
III.20 Variation des inductances magnétisantes de la machine $9-ND$ en fonction du courant. 102
III.21 Variation des inductances magnétisantes de la machine $9-D$ en fonction du courant. 102

IV.1 Représentation temporelle d'une grandeur triphasée dans les bases naturelle et de Clarke où $u_1 = 1$, $u_2 = 3$ et $X_2 = X_1/5$, la composante homopolaire est nulle et non représentée. 107
IV.2 Transformation de Park d'une grandeur pentaphasée avec un angle de rotation différent de l'angle électrique et un angle de rotation égal à l'angle électrique, la composante homopolaire est nulle et non représentée. 108
IV.3 Repères de Park quelconque et supperposé au flux rotorique dans le cas d'une machine triphasée 111
IV.4 Schéma de commande d'une machine asynchrone polyphasée et de sa machine de charge 112
IV.5 Banc d'essais de la machine asynchrone 9 phases 115
IV.6 Essais d'échelons de vitesse de 600, 1000 et 1500tr/min pour les séquences 2 et 3 à charge nulle 117
IV.7 Essais d'échelons de courant 1, 2 et 4A pour la séquence 1 pour une vitesse de 1000tr/min et de 1, 5, 10 et 12A pour la séquence 4 pour une vitesse de 750tr/min 117
IV.8 Hacheur survolteur utilisé pour la commande de la machine de charge 118
IV.9 Couple des pertes collectives relevé en fonction de la vitesse de rotation et l'interpolation linéaire associée 120
IV.10 Cartographie de rendement théorique des convertisseurs du banc d'essais 121
IV.11 Caractéristiques couples-vitesses théoriquement atteignables pour un contrôle vectoriel de la machine 9 phases pour chacune de ses quatre séquences. La zone atteignable par le banc d'essais est la zone grise 122

IV.12Cartes de rendement expérimentale de la machine asynchrone à bobinage non diamétral en fonction de la vitesse de rotation et du couple mécanique pour une fréquence de moduation de 10kHz et une tension de bus continue égale à 200V et un flux rotorique de 1.602Wb. Le point ayant le plus grand rendement est labélisé avec sa valeur. 124
IV.13Angles de Park utilisés lors des essais pour un contrôle de la machine à bobinage non diamétral sur la séquence 3 à 1500tr/min et chargée par la machine de charge tirant 12A 126
IV.14Courants statoriques mesurés et projetés dans la base de Park $\mathbf{P}^9$ pour des essais avec une vitesse demandée de 1500tr/min pour une alimentation avec la séquence 3 et un courant débité par la machine de charge égal à 12A 128
IV.15Tensions statoriques de consigne projetés dans la base de Park $\mathbf{P}^9$ pour des essais avec une vitesse demandée de 1500tr/min pour une alimentation avec la séquence 3 et un courant débité par la machine de charge égal à 12A 129

Liste des tableaux

I.1 Différentes utilisation des machines synchrones et asynchrones dans la traction automobile (MS = machine synchrone, MAS = machine asynchrone) 12
I.2 Différentes utilisation des machines synchrones et asynchrones dans propulsion navale (TAG = turbine à gaz, DA = diesel-alternateur) 12
I.3 Grandeurs géométriques des différentes machines 41

II.1 Détail des essais avec rotor au synchronisme et paramètres du modèle Γ calculé par le modèle des circuits couplés, par simulation *EF-2D* et par expérience . . . 55
II.2 Répartition des coefficients non nuls de la matrice $[\mathcal{L}_{sr,v}]$, où $\underline{M_v} = \sqrt{N_s N_r}\underline{m_{sr,v}}$. 60
II.3 Répartition des harmoniques d'espace sur les plans statoriques et rotoriques pour la machine 9 phases de l'*IRENav*. Les harmoniques des séquences 1, 2, 3 et 4 sont écrits respectivement en bleu, orange, jaune et violet et les harmoniques liés la séquence homopolaire 0 sont écrits en noir. 60
II.4 Répartition des harmoniques d'espace sur les plans statoriques et rotoriques de la machine $5-32$. Les harmoniques dont le coefficient de bobinage est nul ne sont pas représentés. 62
II.5 Répartition des harmoniques d'espace sur les plans statoriques et rotoriques les machine $5-31$. Les harmoniques dont le coefficient de bobinage est nul ne sont pas représentés. 64

III.1 Valeurs des inductances magnétisantes calculées par un calcul analytique (I.60), par résolution *EF-2D* magnétostatique et par réseau de réluctances pour un matériau linéaire 96

IV.1 Caractéristiques constructeur de la machine de charge 116
IV.2 Caractéristiques constructeur de la machine asynchrone $9-ND$ pour son fonctionnement nominal sur la séquence 3 116
IV.3 Coefficients proportionnels et intégraux des correcteurs de vitesse et de courant pour chacune des polarités 118
IV.4 Signification et valeurs des grandeurs nécessaires au calcul des pertes des convertisseurs 121
IV.5 Couples et vitesses de base et courant magnétisant pour la machine 9 phases pour une fréquence nominale de 50Hz et un flux nominal de 1.602Wb 122
IV.6 Fréquences, pulsation et glisements des quatre plans de Park pour un contrôle de la machine à bobinage non diamétral sur la séquence 3 à 1500tr/min et chargée par la machine de charge débitant un courant de 12A 126

A.1 Synthèse des valeurs possibles des coefficients de $[\mathcal{L}_{sr,v}]$ et de leurs positions . . . 145

Nomenclature

Notations grecques

α_r	Secteur angulaire rotorique	rad
α_s	Secteur angulaire statorique	rad
χ_v	Épaisseur de peau réduite de l'harmonique d'espace v	-
δ_r	Secteur angulaire d'une encoche rotorique	rad
δ_s	Secteur angulaire d'une encoche statorique	rad
$\delta_{i_s,n}$	Phase à l'origine du courant circulant dans la $n^{\text{ème}}$ phase statorique	rad
$\eta_{hacheur}$	Rendement du hacheur	-
η_{MAS}	Rendement de la machine asynchrone	-
$\eta_{onduleur}$	Rendement de l'onduleur	-
μ	Perméabilité magnétique d'un matériau magnétique	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
μ_0	Perméabilité du vide	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
μ_{o_r,q_s}	Perméabilité de d'ouverture d'encoche rotorique q_s	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
μ_{o_s,q_s}	Perméabilité de d'ouverture d'encoche statorique q_s	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
μ_{t_r,q_r}	Perméabilité de portion périphérique rotorique q_s	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
μ_{t_s,q_r}	Perméabilité de portion périphérique statorique q_s	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
μ_{y_r,q_r}	Perméabilité de dent rotorique q_s	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
μ_{y_s,q_r}	Perméabilité de dent statorique q_s	$\mathrm{H\,m^{-1}}$
Ω_b	Vitesse de base	$\mathrm{rad\,s^{-1}}$
Ω_m	Vitesse de rotation du rotor	$\mathrm{rad\,s^{-1}}$
Ω_s	Vitesse de synchronisme	$\mathrm{rad\,s^{-1}}$
ω_s	Pulsation des courants statoriques	$\mathrm{rad\,s^{-1}}$
$\omega_{r,v}$	Pulsation des courants rotoriques générés par l'harmonique d'espace v	$\mathrm{rad\,s^{-1}}$
$\omega_{s,u}$	Vitesse de rotation plan u	$\mathrm{rad\,s^{-1}}$
ϕ_{o_r,q_r}	Flux de l'ouverture rotorique q_r	Wb
ϕ_{o_s,q_s}	Flux de l'ouverture statorique q_s	Wb
Φ_{r,d_u}	Flux rotorique direct du plan de Park u	Wb
Φ_{r,d_u}	Flux rotorique quadratique du plan de Park u	Wb
$\Phi_{r,n}$	Flux total vu par la phase rotorique n	Wb

Φ_{s,d_u}	Flux statorique direct du plan de Park u	Wb
$\Phi_{s,n}$	Flux total vu par la phase statorique n	Wb
Φ_{s,q_u}	Flux statorique quadratique du plan de Park u	Wb
ϕ_{t_r,q_r}	Flux de la dent rotorique q_r	Wb
ϕ_{t_s,q_s}	Flux de la dent statorique q_s	Wb
ϕ_{y_r,q_r}	Flux de la portion périphérique rotorique q_r	Wb
ϕ_{y_s,q_s}	Flux de la portion périphérique statorique q_s	Wb
ρ_b	Résistivité d'une barre rotorique	$\Omega\,\mathrm{m}$
ρ_e	Résistivité d'une portion d'anneau de court-circuit	$\Omega\,\mathrm{m}$
$\sigma_{cond,r}$	Conductivité des conducteurs rotoriques	$\mathrm{S\,m^{-1}}$
σ_u	Coefficient de Blondel lié à la séquence u	-
τ_{r,p_u}	Constante de temps électrique du plan de Park u	s
θ_m	Position mécanique du rotor	rad
θ_s	Position électrique des courants statoriques	rad
$\theta_{r,v}$	Position électrique des courants rotoriques induits par l'harmonique v	rad
$\theta_{s,u}$	Angle de Park du plan u	rad
ε_r	Secteur angulaire d'une ouverture d'encoche rotorique	rad
ε_s	Secteur angulaire d'une ouverture d'encoche statorique	rad
φ_s	Angle de déphasage entre la tension et le courant statorique	rad

Notations latines

$\mathcal{L}_{r,v}$	Inductance cyclique rotorique du plan de Fortescue v	H
$\mathcal{L}'_{r,v}$	Inductance cyclique rotorique du plan de Fortescue v ramenée au stator	H
$\mathcal{L}_{s,u}$	Inductance cyclique statorique du plan de Fortescue u	H
$\mathcal{N}_{r,v}$	Inductance de fuites ramenée au stator associée à l'harmonique d'espace v	H
$\mathcal{R}_{r,v}$	Résistance cyclique rotorique du plan de Fortescue v	H
$\mathcal{R}'_{r,v}$	Résistance cyclique rotorique du plan de Fortescue v ramenée au stator	H
$\mathcal{R}'_{r,v}$	Résistance rotorique ramenée au stator associée à l'harmonique d'espace v	H
$\mathcal{R}_{s,u}$	Résistance cyclique statorique du plan de Fortescue u	H
ℓ_b	Longueur d'une barre rotorique	m
ℓ_z	Longueur axiale de la machine	m
$\ell_{o_r,0}$	Longueur d'ouverture d'encoche rotorique dans l'air	m
ℓ_{o_r}	Longueur d'ouverture d'encoche rotorique dans le fer	m
$\ell_{o_s,0}$	Longueur d'ouverture d'encoche statorique dans l'air	m
ℓ_{o_s}	Longueur d'ouverture d'encoche statorique dans le fer	m
$\ell'_{r,v}$	Inductance de fuite rotorique du plan de Fortescue v ramenée au stator	H
ℓ_{ss}	Inductance mutuelle de deux conducteurs statoriques	H

ℓ_{t_r}	Longueur de dent rotorique	m
ℓ_{t_s}	Longueur de dent statorique	m
ℓ_{y_r}	Longueur de portion périphérique rotorique	m
ℓ_{y_s}	Longueur de portion périphérique statorique	m
$\kappa_{sr,v}$	Coefficient de passage stator/rotor pour l'harmonique d'espace v	-
$\mathcal{d}$	Matrice de distribution de bobinage exprimé dans les bases de Fortescue	-
$\mathcal{d}_{u,v}$	Coefficient de la matrice de distribution de bobinage exprimé dans les bases de Fortescue	-
$\mathcal{w}$	Matrice de fonction de bobinage exprimé dans les bases de Fortescue	-
$\mathcal{w}_{u,v}$	Coefficient de la matrice de fonction de bobinage exprimé dans les bases de Fortescue	-
$\mathcal{B}^S_{q_r}(\theta_m)$	Ensemble des dents statoriques faisant face à la dent rotorique q_r pour la position θ_m	
$\mathcal{B}^R_{q_s}(\theta_m)$	Ensemble des dents rotoriques faisant face à la dent statorique q_s pour la position θ_m	
$\mathcal{F}_u$	Ensemble des harmoniques générés par la séquence statorique u	-
$\mathcal{F}^R_{/v}$	Ensemble des harmoniques générés l'excitation du rotor par l'harmonique statorique v	-
$\mathcal{F}_{mm}$	Force électromotrice	A
$\mathcal{M}_{p_u}$	Inductance magnétisante cyclique associée à l'harmonique v	H
$\mathcal{P}_{abs,MAS}$	Puissance électrique absorbée par la machine asynchrone	W
$\mathcal{P}_{abs,MCC}$	Puissance électrique absorbée par la MCC	W
$\mathcal{P}_{alim}$	Puissance électrique débitée par l'alimentation continue	W
$\mathcal{P}_{elec,MCC}$	Puissance électrique débitée par la MCC	W
$\mathcal{P}_{emag}$	Puissance électromagnétique	W
$\mathcal{P}_{emeca}$	Puissance électromécanique	W
$\mathcal{P}_{meca,MAS}$	Puissance mécanique développée par la machine asynchrone	W
$\mathsf{F}_{Q_s}\left(\overrightarrow{d_{s,n}}\right)_v$	$v^{\text{ème}}$ coefficient de la transformée de Fourier du vecteur $\left(\overrightarrow{d_{s,n}}\right)$	
$[d_s]$	Matrice associée à d_s dans les bases naturelles	-
$[w_s]$	Matrice associée à w_s dans les bases naturelles	-
$\mathcal{P}$	Perméabilité de l'entrefer	$\mathrm{m\,H^{-1}}$
Π_{ε_s}	Fonction porte de largeur ε_s centrée en zéro	-
$\mathcal{R}_{g,q_s,q_r}$	Réluctance liant la dent statorique q_s et la dent rotorique q_r	$\mathrm{H^{-1}}$
$\mathcal{R}_{o_r,q_r}$	Réluctance d'ouverture d'encoche rotorique	$\mathrm{H^{-1}}$
$\mathcal{R}_{o_s,q_s}$	Réluctance d'ouverture d'encoche statorique	$\mathrm{H^{-1}}$
$\mathcal{R}_{t_r,q_r}$	Réluctance de dent rotorique	$\mathrm{H^{-1}}$
$\mathcal{R}_{t_s,q_s}$	Réluctance de dent statorique	$\mathrm{H^{-1}}$
$\mathcal{R}_{y_r,q_r}$	Réluctance de portion périphérique rotorique	$\mathrm{H^{-1}}$
$\mathcal{R}_{y_s,q_s}$	Réluctance de portion périphérique statorique	$\mathrm{H^{-1}}$
$\underline{E_v}$	Amplitude complexe de la force électromotrice de l'harmonique v	V

$\underline{I'_{r,v}}$	Amplitude complexe du courant rotorique induit par l'harmonique v	A
$\underline{I_s}$	Amplitude complexe du courant statorique	A
$\underline{K_{r,v}}$	Facteur de bobinage rotorique complexe	-
$\underline{K_{s,v}}$	Facteur de bobinage statorique complexe	-
$\underline{m_{sr,v}}$	Inductance mutuelle des phases statorique 0 et rotorique 0 à la position mécanique 0	H
$\underline{V_s}$	Amplitude complexe de la tension simple statorique	V
$\overrightarrow{A}$	Potentiel vecteur magnétique	T m
$\overrightarrow{B_{/a}}$	Champ magnétique d'entrefer généré par la phase a	T
$\overrightarrow{B}$	Champ magnétique	T
$\overrightarrow{H}$	Excitation magnétique	$\mathrm{A\,m^{-1}}$
A_b	Aire d'une section de barre rotorique	$\mathrm{m^2}$
A_e	Aire d'une section d'anneau de court-circuit	$\mathrm{m^2}$
C_0	Couple de frottement sec	N m
C_b	Couple de base	N m
C_u	Couple utile	N m
C_{emag}	Couple électromagnétique	N m
C_{emeca}	Couple électromécanique	N m
C_{max}	Couple maximal	N m
$D_{e,r}$	Diamètre rotorique extérieur	m
$D_{e,s}$	Diamètre statorique extérieur	m
$D_{i,r}$	Diamètre rotorique intérieur	m
$D_{i,s}$	Diamètre statorique intérieur	m
$d_{s,n,q}$	Nombre de conducteurs de la phase statorique n occupant l'encoche statorique q	-
$d_{s,n}$	Fonction de distribution de bobinage statorique adimensionnée de la phase n	-
E_v	Valeur efficace de la force électromotrice de l'harmonique v	V
f_0	Couple de frottement visqueux	$\mathrm{N\,m\,rad^{-1}\,s}$
f_s	Fréquence des courants statoriques	Hz
$f_{r,v}$	Fréquence des courants rotoriques induits par l'harmonique d'espace v	Hz
g_0	Glissement du couple maximal	-
g_e	Entrefer effectif, augmenté par le coefficient de Carter	m
g_m	Longueur radiale de l'entrefer	m
g_v	Glissement de l'harmonique d'espace v	–
$h_{e,r}$	Hauteur radiale des encoches rotoriques	m
$h_{e,s}$	Hauteur radiale des encoches statoriques	m
$h_{o,r}$	Hauteur radiale des ouvertures d'encoches rotoriques	m

$h_{o,s}$	Hauteur radiale des ouvertures d'encoches statoriques	m
$h_{t,r}$	Hauteur radiale des dents rotoriques	m
$h_{t,s}$	Hauteur radiale des dents statoriques	m
I_s	Valeur efficace du courant statorique	A
$i_{c,s}$	Indice de circularité du bobinage statorique	-
i_{r,d_u}	Courant rotorique direct du plan de Park u	A
i_{r,d_u}	Courant rotorique quadratique du plan de Park u	A
$i_{r,n}$	Courant circulant dans la $n^{\text{ème}}$ phase rotorique	A
$I'_{r,v}$	Valeur efficace du courant rotorique induit par l'harmonique v	A
i_{s,d_u}	Courant statorique direct du plan de Park u	A
$i_{s,n}$	Courant circulant dans la $n^{\text{ème}}$ phase statorique	A
i_{s,q_u}	Courant statorique quadratique du plan de Park u	A
J	Moment d'inertie des pièces tournantes	$\mathrm{kg\,m^2}$
k_r	Coefficient de réduction du bobinage	-
$K_{c,r}$	Coefficient de Carter dû aux ouvertures d'encoches rotoriques	-
$K_{c,s}$	Coefficient de Carter dû aux ouvertures d'encoches statoriques	-
$K_{vrillage,v}$	Facteur de vrillage lié à l'harmonique d'espace v	
L_b	Auto-inductance d'une barre rotorique	H
L_e	Auto-inductance d'une portion d'anneau de court-circuit	H
L_r	Auto-inductance d'une phase rotorique	H
L_s	Auto-inductance d'une phase statorique	H
$L_{m,v}$	Inductance magnétisante associée à l'harmonique d'espace v	H
M_r	Inductance mutuelle deux phases rotoriques d'une cage	H
M_{ab}	Inductance mutuelle entre la phase a et la phase b	H
$M_{s,ab}$	Inductance mutuelle des phases statoriques a et b	H
N_r	Nombre de phases rotoriques	-
N_s	Nombre de phases statoriques	-
$N_{cd,r}$	Nombre de conducteurs dans une encoche rotorique	-
$N_{cd,s}$	Nombre de conducteurs dans une encoche statorique	-
p	Polarité du bobinage	-
p'	Polarité statorique réduite	-
p_c	Pertes collectives	W
p_r	Polarité rotorique	-
$p_{e,r}$	Proportion d'une ouverture statorique par rapport à une encoche rotorique	-
$p_{e,s}$	Proportion d'une encoche statorique par rapport au secteur	-
$p_{Fe,MCC}$	Pertes fer dans la MCC	W

$p_{J,MCC}$	Pertes par effet Joule dans la MCC	W
$p_{meca,MCC}$	Pertes mécaniques dues à la friction	W
$p_{o,r}$	Proportion d'une ouverture statorique par rapport à une encoche rotorique	-
$p_{o,s}$	Proportion d'une ouverture statorique par rapport à une encoche statorique	-
Q_r	Nombre d'encoches statoriques	-
Q'_r	Nombre d'encoches rotoriques réduit	-
Q_r^+	Nombre d'encoches rotoriques de base	-
Q_s	Nombre d'encoches statoriques	-
Q'_s	Nombre d'encoches statoriques réduit	-
Q_s^+	Nombre d'encoches statoriques de base	-
R_b	Résistance d'une barre rotorique	Ω
R_e	Résistance d'une portion d'anneau de court-circuit	Ω
R_g	Rayon moyen d'entrefer	m
R_s	Résistance électrique d'une phase statorique	Ω
R_{Fe}	Résistance modélisant les pertes fer	Ω
S_{o_r}	Aire de la section d'ouverture d'encoche rotorique	m^2
S_{o_s}	Aire de la section d'ouverture d'encoche statorique	m^2
s_{pp}	Nombre d'encoches par pôles et par phases statoriques	-
S_{q_s,q_r}	Aire de vis-à-vis entre la dent statorique q_s et rotorique q_r	m^2
S_{t_r}	Aire de la section de dent rotorique	m^2
S_{t_s}	Aire de la section de dent statorique	m^2
S_{y_r}	Aire de la section de portion périphérique rotorique	m^2
S_{y_s}	Aire de la section de portion périphérique statorique	m^2
u	Séquence d'alimentation statorique	-
U_s	Valeur efficace de la tension composée statorique	V
V_s	Valeur efficace de la tension simple statorique	V
$v_{r,n}$	Tension simple la phase rotorique n	V
v_{s,d_u}	Tension statorique directe du plan de Park u	V
$v_{s,n}$	Tension simple de la phase statorique n	V
v_{s,q_u}	Tension statorique quadratique du plan de Park u	V
$w_{s,n,q}$	Coefficient de la matrice $[w_s]$ placé sur la ligne n et la colonne q	-
$w_{s,n}$	Fonction de bobinage statorique adimensionnée de la phase n	-

Notations vectorielles

$\overrightarrow{\alpha_u^{N_s}}$	Premier vecteur du plan de Clarke indexé u
$\overrightarrow{\beta_u^{N_s}}$	Deuxième vecteur du plan de Clarke indexé u

$\overrightarrow{\mathbf{d}_u^{N_s}}$	Premier vecteur du plan de Park indexé u	
$\overrightarrow{\mathbf{f}_v^{N_r}}$	$v^{\text{ème}}$ vecteur de la base $\mathbf{F}^{N_r}$	
$\overrightarrow{\mathbf{f}_u^{N_s}}$	$u^{\text{ème}}$ vecteur de la base $\mathbf{F}^{N_s}$	
$\overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_r}}$	$n^{\text{ème}}$ vecteur de la base $\mathbf{N}^{N_r}$	
$\overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s}}$	$n^{\text{ème}}$ vecteur de la base $\mathbf{N}^{N_s}$	
$\overrightarrow{\mathbf{n}_q^{Q_r}}$	$q^{\text{ème}}$ vecteur de la base $\mathbf{N}^{Q_r}$	
$\overrightarrow{\mathbf{n}_q^{Q_s}}$	$q^{\text{ème}}$ vecteur de la base $\mathbf{N}^{Q_s}$	
$\overrightarrow{\mathbf{q}_u^{N_s}}$	Deuxième vecteur du plan de Park indexé u	
d_s	Application linéaire de distribution du bobinage statorique	
m_{rr}	Application linéaire donnant les flux des phases rotoriques dus aux courants rotoriques	
m_{rs}	Application linéaire donnant les flux des phases rotoriques dus aux courants statoriques	
m_{sr}	Application linéaire donnant les flux des phases statoriques dus aux courants rotoriques	
m_{ss}	Application linéaire donnant les flux des phases statoriques dus aux courants statoriques	
r_r	Application linéaire donnant les tensions ohmiques rotoriques	
r_s	Application linéaire donnant les tensions ohmiques statoriques	
w_s	Application linéaire de fonction du bobinage statorique	
$[\mathcal{L}_{rr}]$	Matrice des inductances rotoriques exprimée dans la base Fortescue	H
$[\mathcal{L}_{sr}]$	Matrice des inductances de couplage stator/rotor exprimée dans la base Fortescue	H
$[\mathcal{L}_{ss}]$	Matrice des inductances statoriques exprimée dans la base de Fortescue	H
$[\mathcal{R}_r]$	Matrice des résistances rotoriques exprimée dans la base Fortescue	Ω
$[\mathcal{R}_s]$	Matrice des résistances statoriques exprimée dans la base Fortescue	Ω
$[I_N]$	Matrice identité de taille N	
$[M_{rr}]$	Matrice des inductances rotoriques exprimée dans la base naturelle	H
$[M_{sr}]$	Matrice des inductances de couplage stator/rotor exprimée dans les bases naturelles	H
$[M_{ss}]$	Matrice des inductances statoriques exprimée dans la base naturelle	H
$[R_r]$	Matrice des résistances rotoriques exprimée dans la base naturelle	Ω
$[R_s]$	Matrice des résistances statoriques exprimée dans la base naturelle	Ω
$\text{mat}\left(\mathsf{a}, \mathbf{A}^B, \mathbf{C}^D\right)$	Matrice associée à l'application linéaire a exprimée dans les bases $\mathbf{A}^B$ et $\mathbf{C}^D$	
$\mathbf{C}^{N_s}$	Base de Clarke utilisée pour l'étude des grandeurs des phases statoriques	
$\mathbf{F}^{N_r}$	Base de Fortescue utilisée pour l'étude des grandeurs des phases rotoriques	
$\mathbf{F}^{N_s}$	Base de Fortescue utilisée pour l'étude des grandeurs des phases statoriques	
$\mathbf{N}^{N_r}$	Base naturelle utilisée pour l'étude des grandeurs des phases rotoriques	
$\mathbf{N}^{N_s}$	Base naturelle utilisée pour l'étude des grandeurs des phases statoriques	
$\mathbf{N}^{Q_r}$	Base naturelle utilisée pour l'étude des grandeurs des encoches ou dents rotoriques	

$\mathbf{N}^{Q_s}$	Base naturelle utilisée pour l'étude des grandeurs des encoches ou dents statoriques	
$\mathbf{P}^{N_s}$	Base de Park utilisée pour l'étude des grandeurs des phases statoriques	
$\mathcal{E}^{N_r}$	Espace vectoriel utilisé pour l'étude des grandeurs des phases rotoriques	
$\mathcal{E}^{N_s}$	Espace vectoriel utilisé pour l'étude des grandeurs des phases statoriques	
$\mathcal{E}^{Q_r}$	Espace vectoriel utilisé pour l'étude des grandeurs des encoches ou dents rotoriques	
$\mathcal{E}^{Q_s}$	Espace vectoriel utilisé pour l'étude des grandeurs des encoches ou dents statoriques	
$\overrightarrow{\Phi_r}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{N_r}$ représentant les flux des phases rotoriques	Wb
$\overrightarrow{\Phi_s}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{N_s}$ représentant les flux des phases statoriques	Wb
$\overrightarrow{\phi_{o_r}}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{Q_r}$ représentant les flux d'ouvertures rotoriques	Wb
$\overrightarrow{\phi_{o_s}}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{Q_s}$ représentant les flux d'ouvertures statoriques	Wb
$\overrightarrow{\phi_{t_r}}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{Q_r}$ représentant les flux des dents rotoriques	Wb
$\overrightarrow{\phi_{t_s}}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{Q_s}$ représentant les flux des dents statoriques	Wb
$\overrightarrow{\phi_{y_r}}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{Q_r}$ représentant les flux des portions périphériques rotoriques	Wb
$\overrightarrow{\phi_{y_s}}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{Q_s}$ représentant les flux des portions périphériques statoriques	Wb
$\overrightarrow{i_r}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{N_r}$ représentant les courants rotoriques	A
$\overrightarrow{i_s}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{N_s}$ représentant les courants statoriques	A
$\overrightarrow{i_{q_r}}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{Q_r}$ représentant courants circulant dans les encoches rotoriques	A
$\overrightarrow{i_{q_s}}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{Q_s}$ représentant courants circulant dans les encoches statoriques	A
$\overrightarrow{j_s}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{N_s}$ représentant les la densité linéique des courants statoriques	A
$\overrightarrow{v_r}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{N_r}$ représentant les tensions simples rotoriques	V
$\overrightarrow{v_s}$	Vecteur de $\mathcal{E}^{N_s}$ représentant les tensions simples statoriques	V

Introduction

La machine asynchrone est une technologie de machine appréciée pour sa simplicité de fabrication, son coût faible et sa robustesse. Pour des applications de traction automobile ou de propulsion navale, elle se trouve en concurrence directe avec la machine synchrone à aimants ou à rotor bobiné. Cependant, la machine synchrone se trouve avoir un meilleur rendement, un meilleur facteur de puissance, une meilleure densité de couple et une plage de fonctionnement à puissance constante plus grande que la machine asynchrone. En effet, la machine synchrone dispose d'un inducteur déjà magnétisé, et ne requiert donc pas de courant de magnétisation. Tout le courant de l'induit peut donc être consacré à la production du couple. Au contraire, sur une machine asynchrone, le rotor doit être magnétisé par le stator : cela signifie qu'une partie du courant d'induit est utilisée pour magnétiser l'inducteur. Il en résulte un moins bon rendement et une moins bonne densité de couple.

L'avènement de l'électronique de puissance amené par la réduction des coûts des interrupteurs et des diodes de puissance ainsi que la facilité de leur pilotage a démocratisé l'usage les convertisseurs statiques. Le pilotage des machines synchrones ou asynchrones par onduleur est aujourd'hui commun et permet de tirer le meilleur de chaque technologie.

Dès lors qu'une machine est alimentée par un onduleur, la nécessité d'avoir un stator triphasé n'est plus. L'augmentation du nombre de phases permet de réduire la puissance délivrée à chaque phase, d'améliorer la fiabilité et le fonctionnement en régime dégradé et de lisser le couple et le courant continu d'alimentation de l'onduleur. Aussi, chaque bras d'onduleur est pilotable indépendamment des autres. Pour une alimentation sinusoïdale, un degré de liberté sur le déphasage des courants statorique apparaît.

Ce degré de liberté est nommé « séquence d'alimentation » et dépend du nombre de phases de la machine. Plus il est grand, plus le nombre de séquences disponibles l'est aussi. Pour un bobinage donné, changer la séquence d'alimentation permet de changer la polarité du champ magnétique d'entrefer crée par ce bobinage. Si ce changement de polarité est effectué par la commande, c'est-à-dire par l'onduleur, cette propriété, nommée « commutation électronique de pôles » est très intéressante pour une machine asynchrone car le rotor se comporte comme un miroir magnétique répliquant le champ statorique. Le qualificatif « électronique » se place en opposition aux techniques de commutations mécaniques où des relais sont utilisés pour modifier le bobinage et la polarité générée. À valeurs de tension, courant et fréquence constantes, ce changement de polarité change la vitesse de synchronisme et l'amplitude du champ permettant à la machine de moduler la puissance mécanique à puissance apparente identique. Cette modulation se présente comme un effet de boîte de vitesse, où chaque séquence d'alimentation permet d'atteindre une vitesse et un couple différents et échelonnés.

Les séquences d'alimentation peuvent aussi être utilisées sur des machines synchrones mais comme le rotor génère un champ de polarité fixée, la commutation de pôles est grandement limitée. Cela rend les machines asynchrones particulièrement pertinentes pour tirer profits de ce changement de forme du champ. Afin d'utiliser le plein potentiel des machines polyphasées pour la commutation de pôles, il est nécessaire de bien concevoir les bobinages et circuits magnétiques et de bien piloter l'onduleur.

Dans cette optique de préconception et de commande, cette thèse étudie trois verrous scientifiques spécifiques à la commutation électronique de pôles dans quatre chapitres. Le premier

verrou est le développement de modèles linéaires de préconception permettant de prévoir rapidement les performances de la machine en régime transitoire et stationnaire. Le deuxième verrou est la prise en compte de la saturation magnétique à coût calculatoire réduit permettant d'observer les sollicitations magnétiques du circuit. Le troisième verrou est la commande d'un ensemble « onduleur - machine » permettant d'utiliser toutes les séquences disponibles dans l'optique de choisir la séquence optimale pour un critère donné.

Le premier chapitre présente un état de l'art de l'étude des machines asynchrones triphasées et polyphasées. Une description et une modélisation très générales permettent d'expliquer le fonctionnement d'une machine asynchrone et d'introduire les points clés de son dimensionnement. Différentes solutions adoptées dans l'industrie illustrent ces points. Ensuite, une modélisation générale des bobinages statorique et rotorique est présentée, introduisant formellement le concept de séquence et de changement de polarité du champ. Un accent est mis sur la définition et la prédiction des harmoniques de champ. Ce chapitre décrit les outils nécessaire au développement des trois chapitres suivants qui vont s'atteler à étudier les trois verrous scientifiques précédemment présentés.

Le deuxième chapitre présente un modèle circuit linéaire temporel bien étudié dans la littérature pour des machines polyphasées alimentées par la séquence fondamentale. La définition des séquences et des harmoniques permet de formaliser ce modèle et de pouvoir l'utiliser pour n'importe quels bobinages et n'importe quelles séquences. L'étude harmonique de ce modèle révèle des propriétés de couplage entre les harmoniques générés par le bobinage statorique et ceux générés par le bobinage rotorique et illustre que certaines règles de conception des machines triphasées ne sont pas forcément valables pour la conception de machines polyphasées. Ce modèle est ensuite étudié en régime permanent et mène à l'élaboration d'un modèle circuit équivalent dont les paramètres sont définis explicitement. Ce dernier modèle étant affranchi du régime transitoire, il peut être résolu instantanément et permet de prévoir les performances statiques d'une machine asynchrone.

Le troisième chapitre s'attelle à élaborer un réseau de réluctances non linéaires permettant d'obtenir les cartes de champ magnétique pour une géométrie de machine et une alimentation données. Les réluctances utilisées représentent le trajet principal du champ dans le fer ou l'entrefer ce qui réduit grandement le nombre d'inconnues du réseau par rapport aux réseaux bidirectionnels utilisés dans la littérature. Sa résolution est rapide et permet d'obtenir des ordres de grandeurs des sollicitations du circuit magnétique et leurs localisations pour n'importe quelle topologie de circuit magnétique et n'importe quelle alimentation. Aussi, des paramètres fondamentaux au dimensionnement d'une machine, tels que l'inductance magnétisante de chaque polarité, peuvent être estimés lors des régimes de saturation et peuvent servir de paramètres d'entrée pour raffiner les modèles linéaires présentés précédemment.

Le quatrième chapitre présente le pilotage d'une machine asynchrone par le contrôle indirect de l'orientation du flux rotorique. Ce modèle de commande est principalement étudié dans la littérature pour la commande d'une séquence, c'est-à-dire d'une polarité. La commande présentée ici permet de contrôler une séquence, choisie parmi celles disponibles, pour qu'elle génère du couple et de piloter les autres séquences de telle manière à ce qu'elles ne soient parcourues par aucun courant. Ainsi, la commande génère une unique polarité de champ d'entrefer. Cette méthode de contrôle est robuste car elle ne nécessite que de mesurer les courants statoriques et la vitesse et permet de faire tourner une machine à n'importe quelle vitesse sous n'importe quelle charge. L'*IRENav* possède un prototype de machine asynchrone à neuf phases. Un banc d'essais composé d'une machine de charge et de l'électronique de puissance nécessaire au pilotage des deux machines,a été conçu pour piloter et charger le prototype asynchrone. Des essais ont été réalisés pour valider expérimentalement le contrôle.

Chapitre I

État de l'art et contexte

I.1 Généralités sur les machines asynchrones . . . 6
I.1.1 Structure et comportement généraux d'une machine asynchrone . . . 6
I.1.2 Modélisation linéaire au premier harmonique . . . 9
I.2 Intérêts et utilisations . . . 11
I.2.1 Coût de production et puissance . . . 11
I.2.2 Modèles de commande d'une machine asynchrone . . . 12
I.2.3 Avantages et inconvénients des machines polyphasées . . . 15
I.3 Changement électronique de polarité d'une machine asynchrone . . . 15
I.3.1 Modélisation générale du bobinage . . . 17
I.3.2 Séquence d'alimentation : changement électronique de polarité . . . 22
I.3.3 Utilisation de la commutation électronique de pôles . . . 23
I.4 Modélisation des harmoniques d'espace du champ d'entrefer . . . 24
I.4.1 Harmoniques générables par une séquence statorique . . . 24
I.4.2 Facteur de bobinage . . . 26
I.4.3 Harmoniques présents dans l'entrefer . . . 28
I.5 Bases séquentielles : bases de Fortescue et de Clarke . . . 29
I.5.1 Base de Fortescue . . . 30
I.5.2 Base de Clarke . . . 30
I.5.3 Machines fictives . . . 32
I.5.4 Propriété du bobinage dans les bases de découplage . . . 33
I.6 Méthodes de prise en compte de la non linéarité du matériau magnétique . . . 35
I.6.1 Augmentation locale de l'entrefer . . . 35
I.6.2 Modèles paramétriques des inductances . . . 36
I.6.3 Modèle par réseau de réluctances . . . 37
I.7 Positionnement . . . 38
I.7.1 Verrou n° 1 : prédiction des performances statiques et transitoires . . . 38
I.7.2 Verrou n° 2 : prédiction de la saturation magnétique . . . 38
I.7.3 Verrou n° 3 : utilisation correcte des séquences . . . 39
I.8 Matériels et méthodes . . . 39

Les travaux de thèse présentés ici ont pour objectif de modéliser et de piloter des machines asynchrones polyphasées pour la commutation électronique de pôles.

La commutation électronique de pôles permet d'étendre la caractéristique couple-vitesse d'une machine électrique comme le ferait une boîte de vitesse [1]. Cette propriété est très intéressante dans les applications de traction automobile ou de propulsion navale car cela permet

d'obtenir un fort couple à basse vitesse (circulation en ville ou surcouple lors de manœuvres) et d'améliorer le rendement à haute vitesse (régime de croisière autoroutier ou maritime). Cette méthode concurrence le défluxage mais permet de réduite le volume de matériau magnétique nécessaire à atteindre tous les points de dimensionnement.

Pour réaliser cette commutation électronique de pôles, il est nécessaire d'avoir un grand nombre de phases pour avoir un grand nombre de polarités utilisables ainsi qu'un inducteur pouvant répliquer le champ d'induit. Les machines asynchrones polyphasées semblent convenir pour cette application. En effet, le rotor des machines synchrones créant leur propre champ qui peut contenir plusieurs polarités, il est nécessaire d'éteindre les polarités non désirées par la commande du stator [2]. Cela complexifie la commande et dégrade l'extension de la plage de vitesse. Les machines synchro-réluctantes ont aussi été étudiées pour la commutation de pôles [3, 4] mais les vibrations sont *a priori* plus importantes qu'avec des machines synchrones ou asynchrones.

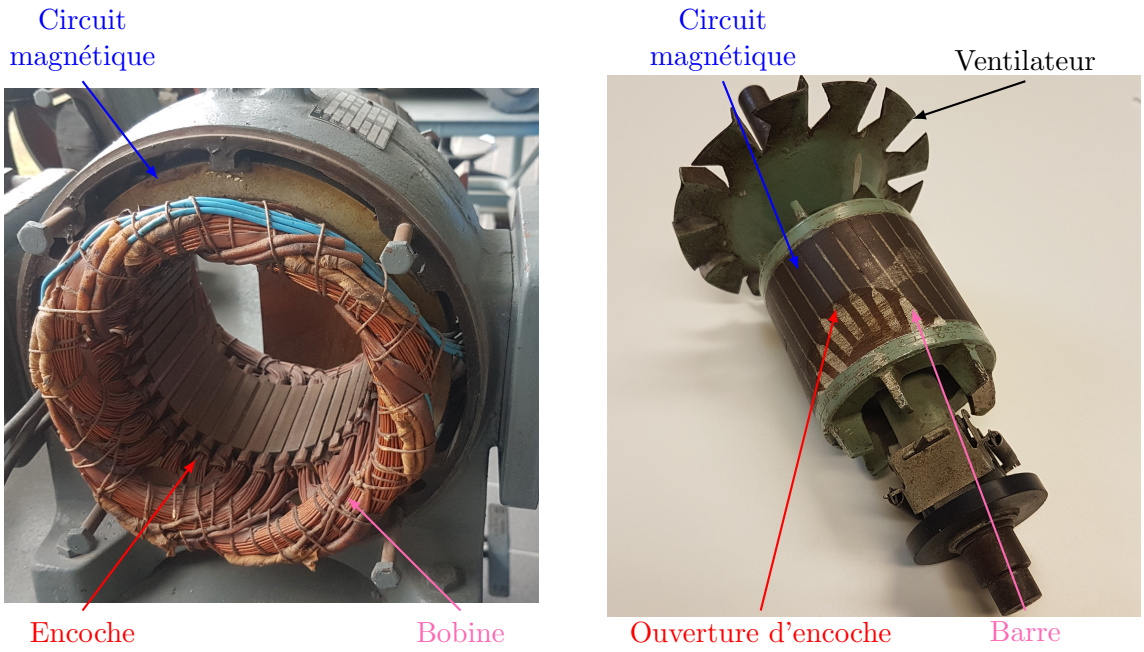
I.1 Généralités sur les machines asynchrones

I.1.1 Structure et comportement généraux d'une machine asynchrone

Le stator (figure I.1a) est un empilement couronnes de tôles magnétiques à Q_s encoches régulièrement réparties, dans lesquelles sont localisés $N_{cd,s}$ conducteurs électriques. Ces conducteurs sont liés entre eux pour créer N_s circuits électriques, appelés phases statoriques, et régulièrement espacés de $2\pi/p/N_s$, où p est le nombre de paires de pôles du bobinage. Si le nombre de phases est supérieur ou égal à trois, alimenter ces phases avec des courants alternatifs de pulsation ω_s régulièrement espacés dans le temps permet de créer un champ magnétique de p paires de pôles tournant à la vitesse ω_s/p dont l'amplitude est constante. La manière dont le bobinage statorique est réalisé impacte directement la forme du champ magnétique, changeant sa polarité, son amplitude et les harmoniques qui le composent. Historiquement, les machines électriques sont triphasées, car cela est le nombre minimal de phases nécessaires à la création d'un champ tournant d'amplitude constante et de polarité p. C'est pour cette raison que le réseau électrique est triphasé, permettant une connexion directe des machines sur le réseau. Cependant, avec l'avènement de l'électronique de puissance, les machines sont de plus en plus alimentées par des convertisseurs statiques. La contrainte imposant un bobinage statorique triphasé est aujourd'hui caduque. Il est donc envisageable de créer des stators polyphasés. De cette manière, la puissance par phase est réduite, les calibres des composants de l'électronique de puissance peuvent donc être réduit et la puissance mécanique est lissée [5].

Le rotor d'une machine asynchrone est une pièce de révolution en matériau magnétique canalisant le champ magnétique statorique. Ces propriétés font que des courants électriques de pulsation ω_r sont induits générant leur propre champ magnétique. L'interaction des champs statorique et rotorique crée un couple tendant à mettre en rotation le rotor. Le fonctionnement de la machine asynchrone repose uniquement sur l'interaction du champ statorique et du champ rotorique induit, ce qui explique que les anglo-saxons la dénomment *induction machine*. Plusieurs technologies existent pour créer des courants induits au rotor. La première technologie est un rotor massif en matériau magnétique et conducteur électrique, typiquement en acier. Pour que des courants génèrent un champ radial d'amplitude suffisante, il faut qu'ils puissent circuler librement dans le matériau magnétique, empêchant son feuilletage et engendrant des pertes fer importantes. La deuxième technologie est un rotor similaire au stator, c'est-à-dire un empilement de couronnes de tôles magnétiques à Q_r encoches régulièrement réparties dans lesquelles sont localisés $N_{cd,r}$ conducteurs. Ces conducteurs sont court-circuités, ils forment des boucles électriques qui prennent soit la forme de bobines à l'instar du stator, dans ce cas le rotor est dit « bobiné », soit la forme d'une cage d'écureuil, dans ce cas le rotor est dit « à cage » (figure I.1b).

La figure I.2 présente le circuit magnétique pour une machine à cage et les notations associées



(a) Stator (b) Rotor à cage scié

FIGURE I.1 – Stator et rotor d'une machine asynchrone à cage

utilisées dans la suite. Le stator, de diamètres intérieur $D_{i,s}$ et extérieur $D_{e,s}$, est composé de Q_s encoches, il est divisé en Q_s zones d'étalement angulaire $\alpha_s = 2\pi/Q_s$. Dans chacune de ses zones, une encoche occupe une proportion $p_{e,s}$ soit un étalement d'encoche $\delta_s = p_{e,s}\alpha_s$ et une ouverture d'encoche occupe la proportion $p_{o,s}$ par rapport à une encoche soit une ouverture $\varepsilon_s = p_{o,s}p_{e,s}\alpha_s$. L'encoche et l'ouverture sont respectivement de hauteurs $h_{e,s}$ et $h_{o,s}$. L'étalement angulaire linéaire est évalué au diamètre d'entrefer soit $\tau_s = \alpha_s D_{i,s}$. De la même manière, le rotor de diamètres intérieur $D_{i,r}$ et extérieur $D_{e,r}$, est composé de Q_r encoches, il est divisé en Q_r zones d'étalement angulaire $\alpha_r = 2\pi/Q_r$. Dans chacune de ses zones, une encoche occupe une proportion $p_{e,r}$ soit un étalement d'encoche $\delta_r = p_{e,r}\alpha_r$ et une ouverture d'encoche occupe la proportion $p_{o,r}$ par rapport à une encoche soit une ouverture $\varepsilon_r = p_{o,r}p_{e,r}\alpha_r$. L'encoche et l'ouverture sont respectivement de hauteurs $h_{e,r}$ et $h_{o,r}$. L'étalement angulaire linéaire est évalué au diamètre d'entrefer soit $\tau_r = \alpha_r D_{e,r}$. L'entrefer g_m est l'espace d'air entre les diamètres intérieur statorique et extérieur rotorique. Généralement, le rotor est vrillé, il n'est pas extrudé selon l'axe de rotation de la machine. Cela permet de lisser le champ vu par les enroulements statoriques et rotoriques. L'angle de vrillage est noté γ. Pour un rotor à cage, les barres rotoriques occupent la totalité des encoches et sont court-circuités par des anneaux de court-circuit d'épaisseur e_a et de hauteur $h_a = h_{e,r}$.

Pour une alimentation statorique à amplitude et fréquence constante, le champ statorique de polarité p va tourner à une vitesse connue, dite de synchronisme et notée Ω_s. Les conducteurs rotoriques vont alors subir un champ magnétique variable créant des courants induits qui vont tendre à s'opposer au champ statorique selon la loi de Lenz. Le rotor va essayer de suivre le champ statorique. Cette vitesse ne pourra jamais être atteinte. En effet, si le rotor tournait à la vitesse de synchronisme, il ne verrait plus de champ variable, aucun courant ne serait généré, aucun couple n'est appliqué sur le rotor et celui va ralentir. Par ces principes, la vitesse du rotor Ω_m sera nécessairement différente de la vitesse de synchronisme Ω_s, le rotor glisse. Ce glissement est quantifié par le nombre sans dimension

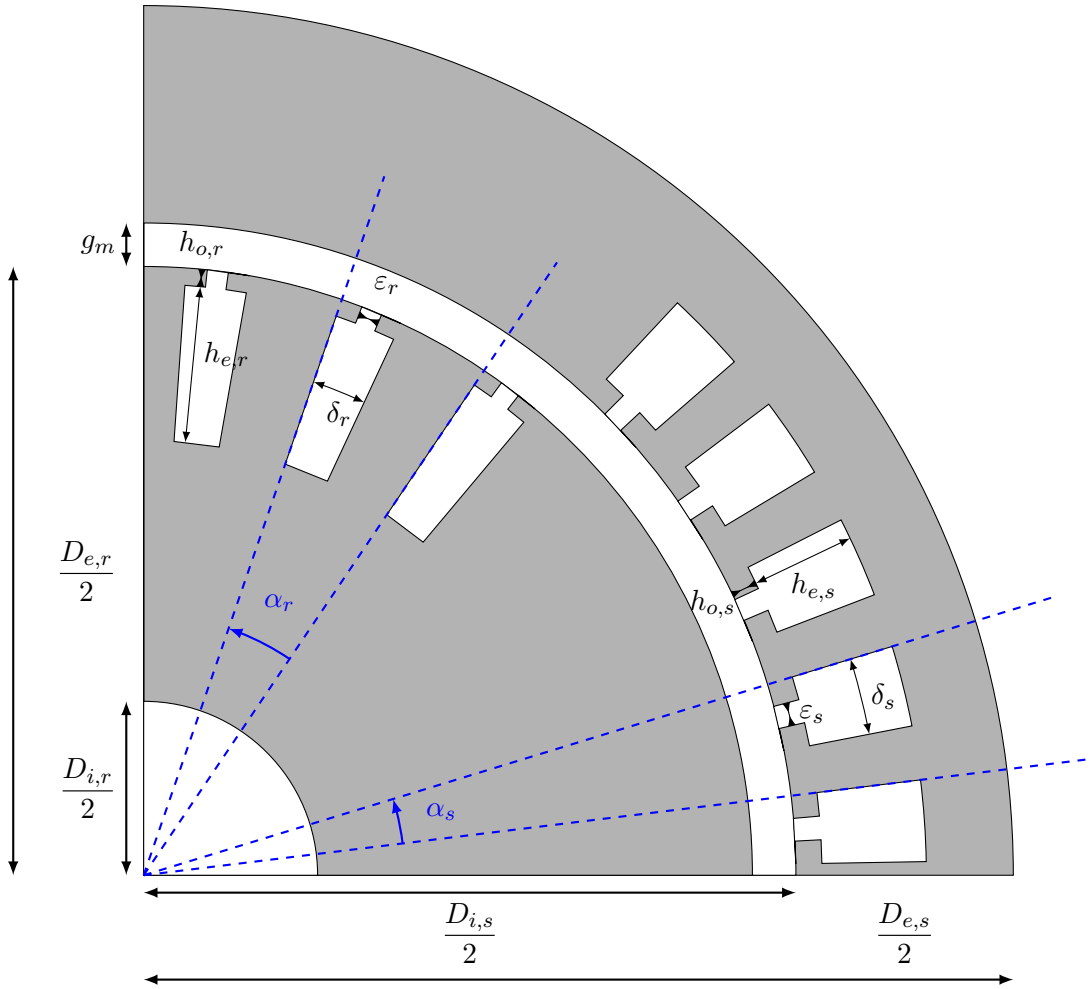


FIGURE I.2 – Géométrie générale d'une section de stator et de rotor d'une machine asynchrone à cage

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega_m}{\Omega_s} = \frac{\frac{\omega_s}{p} - \Omega_m}{\frac{\omega_s}{p}}. \tag{I.1}$$

Les pulsations statorique, rotorique et le glissement sont liés. Le glissement est aussi le rapport entre les pulsations statorique et rotoriques car

$$\omega_r = \omega_s - p\Omega_m \Longleftrightarrow g = \frac{\omega_r}{\omega_s}. \tag{I.2}$$

Le couple développé par une machine asynchrone dépend du glissement. Il est nul au glissement nul, c'est-à-dire au synchronisme. Si le rotor tourne plus vite que le champ statorique ($g < 0$), la machine fonctionne en mode générateur. S'il tourne moins vite ($g > 0$), la machine fonctionne en mode moteur. Les deux modes de fonctionnement sont symétriques. Ils atteignent leur maximum de couple aux glissements notés g_0 pour le mode moteur et $-g_0$ sur le mode générateur. La caractéristique typique d'une machine asynchrone est tracé sur la figure I.3, obtenue sous les hypothèses de champ sinusoïdal, d'un matériau magnétique linéaire et en alimentation électrique directe. Entre les glissements $-g_0$ et g_0, la machine fonctionne dans son régime stable. Une décélération va créer un couple plus important et la faire accélérer tandis qu'une accélération va créer un couple moins important ralentissant le rotor.

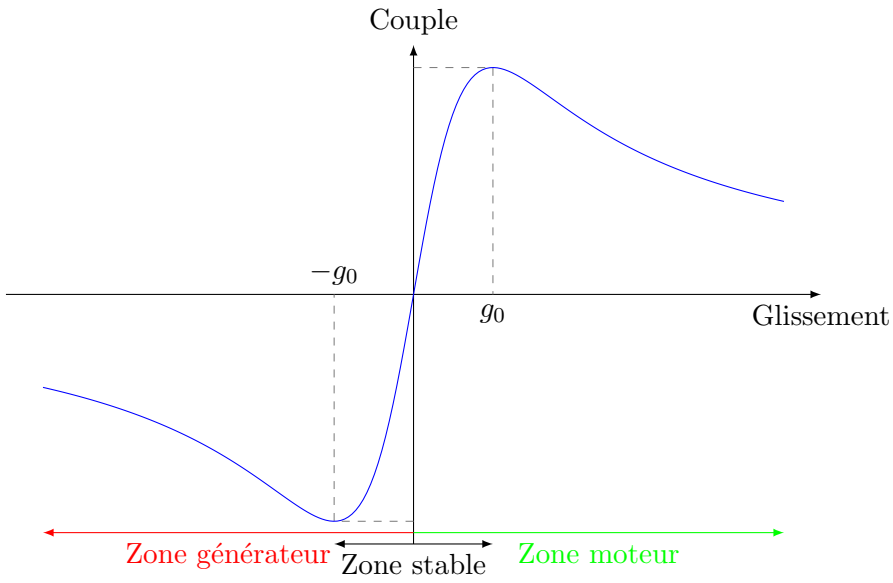


FIGURE I.3 – Caractéristique couple-glissement typique d'une machine asynchrone

Les machines asynchrones ne nécessitent pas d'aimants pour fonctionner, ce qui améliore leur robustesse et leur tolérance aux fortes températures. Aussi, elles sont affranchies d'électro-aimants et des pièces mécaniques et électriques, telles que les bagues et les balais, permettant de créer un champ magnétique rotorique. Cependant, magnétiser le rotor nécessite un apport d'énergie réactive afin de créer un champ rotorique.

Lors d'un fonctionnement moteur, la puissance active absorbée par la machine se décompose en pertes par effet Joule dans les conducteurs statoriques et rotoriques, en pertes fer dans le matériau magnétique et en puissance utile. La puissance réactive absorbée se décompose en une puissance magnétisant l'entrefer, et en fuites magnétiques. Le trajet de la puissance active dans la machine est représentée sur la figure I.4.

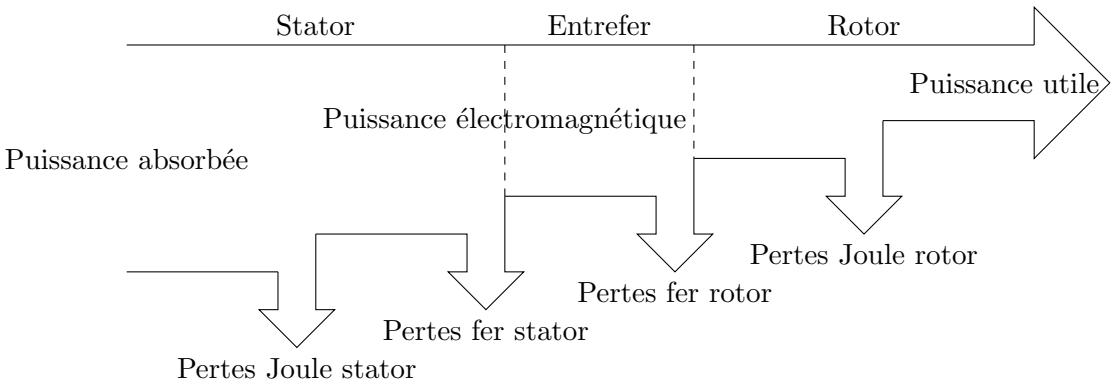


FIGURE I.4 – Bilan de puissance active dans une machine asynchrone

I.1.2 Modélisation linéaire au premier harmonique

[6] donne un modèle de machine, dit modèle Γ (pour la répartition des inductances dans le modèle), décrivant la machine pour une alimentation sinusoïdale, un champ d'entrefer sinusoïdal et un matériau magnétique linéaire. La figure I.5 présente ce modèle.

Dans le modèle Γ, les différents paramètres représentent les puissances consommées par la machine et présentées par le bilan de puissance de la figure I.4 :

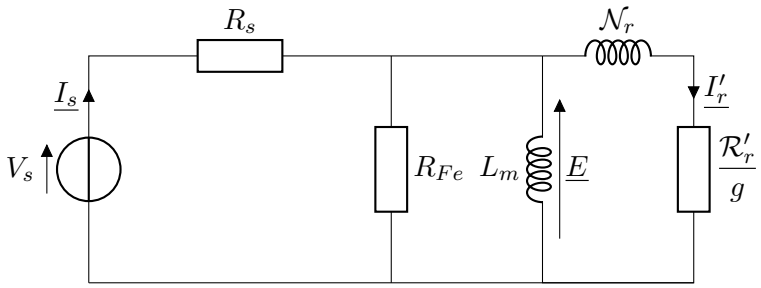


FIGURE I.5 – Modèle Γ

— la résistance statorique R_s représente les pertes Joule statoriques dues à la résistance des conducteurs,
— la résistance R_{Fe} représente la puissance active dissipée par les pertes fer totales de la machine,
— l'inductance L_m représente la puissance réactive nécessaire pour magnétiser l'entrefer,
— l'inductance $\mathcal{N}_r$ représente les pertes magnétiques statoriques et rotoriques ramenées au stator,
— la résistance $\mathcal{R}'_r/g$ représente la puissance électromagnétique transmise par l'entrefer.

La puissance électromagnétique, dépendant du glissement, est donc définie par

$$\mathcal{P}_{emag} = N_s \frac{\mathcal{R}'_r}{g} {I'_r}^2. \tag{I.3}$$

Selon la figure I.4, cette puissance peut être décomposée en une puissance perdue par effet Joule dans les conducteurs au rotor et une puissance électromécanique. Ces deux puissances sont définies par

$$p_{J,r} = N_s \mathcal{R}'_r {I'_r}^2, \tag{I.4}$$

$$\mathcal{P}_{emeca} = \mathcal{P}_{emag} - p_{J,r} = N_s \frac{1-g}{g} \mathcal{R}'_r {I'_r}^2. \tag{I.5}$$

Le couple électromécanique créé est le rapport entre la puissance électromécanique et la vitesse de rotation de l'arbre. Le couple électromécanique s'exprime comme

$$C_{emeca} = \frac{\mathcal{P}_{emeca}}{\Omega_m} = \frac{2C_{max}}{\frac{g}{g_0} + \frac{g_0}{g}}, \quad g_0 = \frac{\mathcal{R}'_r}{\mathcal{N}_r \omega_s}, \quad C_{max} = \frac{N_s}{2} \frac{p}{\mathcal{N}_r} \left(\frac{E}{\omega_s}\right)^2. \tag{I.6}$$

Il est intéressant de remarquer que le couple électromagnétique, rapport entre la puissance électromagnétique et la vitesse de synchronisme est égal au couple électromécanique. À ces couples, il convient de retrancher le couple de frottement des éléments de guidages en rotation, classiquement des roulements à billes, pour obtenir le couple utile. À partir du modèle Γ, il est possible de connaître le comportement mécanique de la machine en régime permanent. Cela nécessite de connaître précisément les valeurs des paramètres du modèle. Plusieurs méthodes existent pour les identifier.

Certaines méthodes utilisent des logiciels de simulation par éléments finis (EF) pour modéliser une section de machine avec un matériau linéaire ou non. Comme les machines fonctionnent grâce à l'induction magnétique, une simulation magnétodynamique est nécessaire pour calculer tous les paramètres. À partir des résultats de telles simulations et des paramètres géométriques, il est possible de calculer les flux vus par les phases statoriques et rotoriques et d'en déduire les paramètres du modèle avec un matériau non linéaire mais en évitant une grande saturation [7]. [8] précise que le calcul des inductances ne nécessite qu'une résolution magnétostatique et que

le calcul de la résistance rotorique a nécessairement besoin d'une résolution magnétodynamique. Dans le cas où le champ magnétique n'est pas parfaitement sinusoïdal, une méthode d'identification harmonique par harmonique est développée dans [9].

Pour identifier les paramètres d'une machine réelle, plusieurs méthodes, basées sur des essais à rotor tournant à la vitesse de synchronisme puis bloqué, existent. Contrairement aux simulations *EF*, seuls les tensions et courants statoriques sont mesurables. [10] analyse les tensions et courants statoriques temporellement tandis que [11] les étudie fréquentiellement lorsque le rotor est entrainé à la vitesse de synchronisme ou lorsqu'il est laissé bloqué. Une analyse des modules et phases des nombres complexes représentant tension et courant statoriques permet de calculer les différentes résistances et inductances. Aussi, il est possible de calculer les puissances actives et réactives absorbées par la machine lorsque le rotor est entrainé au synchronisme ou bloqué. Les puissances actives permettent de calculer les valeurs des résistances et les puissances réactives permettent de calculer les valeurs des inductances.

[7, 8, 10, 11] identifient les paramètres à partir de données globales telles que les flux ou les puissances. Ces identifications sont fiables pour une machine dont le contenu harmonique est faible et validant l'hypothèse de champ purement sinusoïdal. [9] utilise une décomposition harmonique pour identifier les différentes composantes du champ permettant de s'affranchir de cette hypothèse.

[12, 13] présentent un modèle circuit plus complexe prenant en compte les harmoniques de champ magnétique. Ces modèles représentent le stator comme une résistance et une inductance de fuite et le rotor est décomposé en une cascade de boucle ≪ inductance magnétisante - inductance de fuite rotorique - résistance rotorique ≫ propre à chaque harmonique de champ. Ces modèles permettent de mettre en évidence les couples des différents harmoniques, représentés par des couples de gorge sur la caractéristique couple-vitesse de la machine.

L'identification des paramètres du modèle circuit est une problématique importante dans l'étude des machines asynchrones. En effet, les modèles circuits sont utiles pour prédire rapidement le comportement des machines et développer une commande performante, en particulier pour les contrôles à flux orientés.

I.2 Intérêts et utilisations

Grâce à leur conception simple, leur faible coût et leur robustesse, les machines asynchrones sont très utilisées dans l'industrie, la traction automobile ou la propulsion navale.

I.2.1 Coût de production et puissance

Le faible coût de production d'une machine asynchrone en fait un choix intéressant pour des applications industrielles et de traction automobile. Comme le rotor ne produit pas de champ magnétique, il est nécessaire d'apporter une certaine quantité de puissance réactive pour magnétiser l'entrefer. [6, 14] indiquent que, comme aucun aimant ou électro-aimant ne magnétise l'air, les machines synchrones ont un couple massique plus élevé que les machines asynchrones. Comme les machines asynchrones ont besoin de puissance réactive pour fonctionner, leur facteur de puissance sera réduit. Cependant, le rotor d'une machine asynchrone ne nécessite pas d'aimants permanents, créés à partir de terres rares dont l'approvisionnement peut être soumis à des tensions géopolitiques, ou de bobines alimentées par des contacts glissants s'usant et nécessitant un remplacement régulier ou à un système d'alimentation sans balais plus complexe. De plus, les machines asynchrones tolèrent mieux les surcharges que les machines synchrones car il n'y a pas de risque de démagnétisation. Aussi, des vitesses élevées peuvent être atteintes sans magnétiquement endommager le rotor.

[15] présente différentes motorisations de véhicules électriques commercialisés dans le monde. Cette étude montre que les véhicules hybrides utilisent principalement des machines synchrones

à aimants, principalement enterrés, pour la densité de puissance élevée (de l'ordre du kilowatt par kilogramme) et vitesses atteignables. Les machines asynchrones sont plutôt utilisées pour des applications de véhicule tout-électrique car la densité de puissance peut être un critère moins important, et que l'absence d'aimants en fait un atout commercial et économique. Le tableau I.1 tiré de [16] présente quelques modèles de véhicules électriques et leur motorisation. Les plus vendus de ces modèles sont la Nissan Leaf (470 000 exemplaires), la Renault Zoé (426702 exemplaires) et la Tesla Model S (200000 exemplaires). Cela montre un intérêt de la motorisation électrique, qu'elle soit synchrone ou asynchrone. Aussi, contrairement aux machines thermiques, les machines électriques peuvent développer un fort couple à basse vitesse, ce qui en fait un choix intéressant pour la traction.

TABLE I.1 – Différentes utilisation des machines synchrones et asynchrones dans la traction automobile (MS = machine synchrone, MAS = machine asynchrone)

Modèle	Technologie	Puissance max. [kW]	Couple max. [N m]
Tesla model S	MAS	330	600
Renault Zoé	MS à rotor bobiné	65	220
Audi Q4 Etron	MAS	140	314
GM Chevy spark EV	MAS	96	542
Nissan Leaf 2012	MS à aimants enterrés	80	280

Les machines asynchrones peuvent être utilisées pour la propulsion navale [17]. Les navires de commerces à grands tonnages fonctionnent encore avec un moteur thermique car l'utilisation d'une chaine hybride série « moteur thermique - alternateur - moteur électrique » n'est pas optimale pour des grands trajets où l'ajout d'étages de conversion d'énergie dégrade le rendement global. Cependant, pour des navires de transport de passager ou de fret doivent souvent manœuvrer et les navires militaires ont les profils de missions sont beaucoup plus variables. Il semble intéressant de faire fonctionner une machine thermique à son rendement optimal et d'assurer une conversion électrique pour propulser le navire. Des choix de motorisation électriques commencent à être fait sur des navires de marines modernes comme montré par le tableau I.2 dont les données sont issues de recherches internet publiques.

TABLE I.2 – Différentes utilisation des machines synchrones et asynchrones dans propulsion navale (TAG = turbine à gaz, DA = diesel-alternateur)

Classe de navire	Thermique	Électrique	Puissance [MW]
Classe Zumwalt (US Navy)	4 TAG	2 MAS	78.5
Classe Darling (Royal Navy)	2 TAG	2 MAS	40
Classe Queen Elizabeth (Royal Navy)	2 TAG	4 MAS	80
Classe Aquitaine (Marine nationale)	2 DA + 1 TAG	2 MSAP	32 (therm.) / 4.4 (élec.)

I.2.2 Modèles de commande d'une machine asynchrone

Concevoir une machine asynchrone qui puisse tourner est chose facile. Comme présenté dans la sous-partie I.1.1, une telle machine est un stator composé de bobines logées dans un matériau magnétique canalisant le champ magnétique. Ces bobines sont alimentées par des courants alternatifs. Le rotor est composé de conducteurs court-circuités logés, eux aussi, dans un matériau magnétique. Aucun pilotage n'est nécessaire pour faire tourner le rotor, il suffit d'alimenter le stator directement par un réseau pour faire fonctionner la machine et la vitesse du rotor dépendra de la charge mécanique attelée à la machine. Cependant, le pilotage de sa vitesse est plus complexe qu'avec une machine synchrones notamment car la position magnétique du rotor n'est pas connue.

Commande scalaire

Pour réaliser une variation de vitesse avec une machine asynchrone, une commande à flux constant est réalisable. Le flux magnétisant est le flux vu par l'inductance magnétisante du modèle Γ de la figure I.5. En supposant que la chute de tension résistive statorique soit faible, ce qui est vrai dès que la machine est chargée, la force électromotrice $\underline{E}$ est la tension simple V_s et le flux magnétisant s'exprime simplement comme V_s/ω_s. Le flux est proportionnel au rapport de la tension composée U_s et de la fréquence f_s. Ainsi, garder le rapport U_s/f_s constant permet de translater la caractéristique couple-vitesse sans dégrader le couple maximal, comme montré par la figure I.6. De cette manière le point de fonctionnement, intersection entre la courbe de charge et la caractéristique de la machine, change et la vitesse de la machine varie.

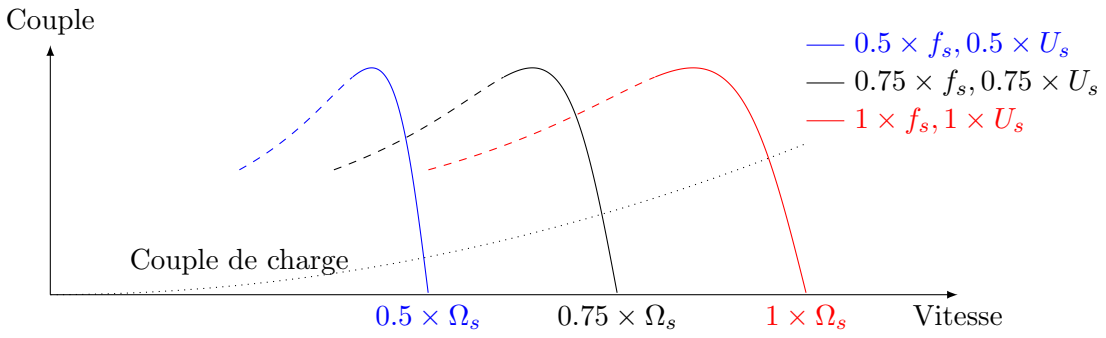


FIGURE I.6 – Principe de la commande U_s/f_s

La commande scalaire U_s/f_s est peu coûteuse à mettre en place. Un onduleur est piloté pour délivrer une tension de fréquence f_s dont l'amplitude permet de garder le rapport « valeur efficace - fréquence » constant. Un inconvénient à cette commande est qu'un démarrage à fort couple ne permet pas de garder le flux constant à cause de la chute de tension ohmique dans les enroulements statoriques. Il est alors nécessaire de temporairement changer la loi $U_s(f_s)$ et donc de dégrader le couple maximal délivrable à basse vitesse.

Commande directe du couple

La commande directe du couple, développée indépendamment par Takahashi et Noguchi [18] et par Depenbrock [19], asservi le couple développé par la machine. La mesure des tensions et des courants permet de calculer la puissance électrique absorbée par le stator et la puissance électromagnétique. De ces puissances et courants sont calculés les flux dans la machine et le couple. Les erreurs entre le flux de consigne et le flux estimé ainsi qu'entre le couple demandé et estimé permet de générer les ordres de commutation des interrupteurs par une commande par hystérésis. Comme les interrupteurs ne commutent qu'en cas de besoin, ce modèle réduit les pertes par commutation et aucun correcteur n'est nécessaire. Cependant, ce contrôle repose sur des mesures de tensions et courants qui doivent être précises.

Cette commande permet une réponse très rapide du couple et ne nécessite pas de mesure ou d'estimation de la position du rotor. Cependant, il est nécessaire d'avoir des capteurs de courants et de tensions performants, tant en termes de temps de réponse qu'en précision de mesure, car la commande par hystérésis oblige à n'avoir aucun retard de commande. Pour la même raison, le contrôleur doit être extrêmement rapide et deux calculs successifs doivent être faits en moins de 30ms [20]. Pour des machines polyphasées, un capteur de tension et un capteur de courant doivent instrumenter chaque phase, ce qui peut rendre l'installation coûteuse pour un grand nombre de phases.

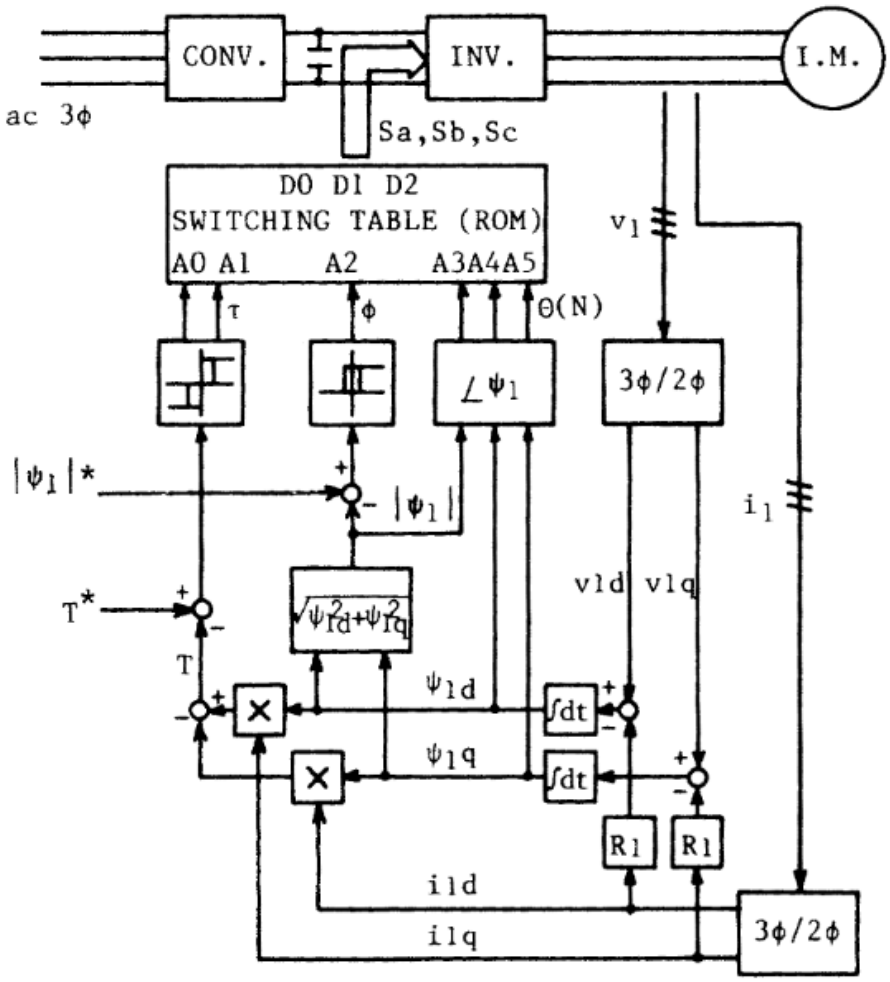


FIGURE I.7 – Contrôle direct du couple présenté par [18]

Commande à flux orienté

Un autre modèle de commande, appelé contrôle de l'orientation du flux (*Field Orientation Control*, *FOC*), est un modèle robuste de commande. En effet, il permet de contrôler le couple délivré par la machine pour atteindre une vitesse de consigne. Ce contrôle pilote les courants des phases statoriques en appliquant aux enroulements des tensions alternatives modulées par un onduleur. Deux méthodes de *FOC* existent, la méthode directe et indirecte.

Le contrôle direct, introduit et breveté par [21] pour une machine triphasée, estime la position du flux à partir de la mesure des tensions et courants statoriques. La figure I.8, issue de [21], présente le schéma de contrôle.

Cette méthode reconstruit donc le flux à partir de mesures et de l'estimation précise des paramètres électriques de la machine. Cette estimation se fait par le bloc « *Vector analyser* ». Il permet de chercher la phase des flux et donc les composantes directes et indirectes pour les comparer aux courants de consigne.

Le contrôle indirect, introduit dans [22] et présenté par la figure I.9, estime la position θ_r du flux rotorique et pilote les tensions d'alimentation de la machine pour créer un champ statorique dont la position vérifie la relation

$$\theta_s = \theta_r + p\theta_m. \tag{I.7}$$

L'estimation de la position θ_r est réalisée par la mesure des N_s courants statoriques, permet-

tant d'obtenir la pulsation des courants rotoriques ω_r, et la mesure de la vitesse de du rotor la machine. Par intégration, la position θ_s est obtenue. Cette méthode nécessite moins de capteurs que le contrôle direct et repose moins sur l'estimation de paramètres électriques de la machine.

La commande à flux orienté est plus lente que la commande directe du couple et nécessite une mesure ou une estimation de la position du rotor. Contrairement à la commande directe du couple, les tensions ne sont ici pas mesurées et la mesure des courants peut être moins précise car elles peuvent être filtrées sans que le retard induit ne perturbe l'asservissement. Le contrôleur utilisé peut aussi être plus lent, avec un pas de temps entre deux calculs de 100 à 500ms. Tout cela réduit le coût de la commande [20] mais les correcteurs doivent être correctement réglés pour éviter des comportements indésirables [24].

I.2.3 Avantages et inconvénients des machines polyphasées

Dès que le nombre de phases augmente, la puissance électrique absorbée ou débitée par une phase est réduite. À tension fixée, cela permet de réduire le courant circulant dans les conducteurs et donc de réduire les calibres des interrupteurs et des diodes de l'électronique de puissance associée à la machine. À courant fixé, cela permet de réduire la tension permettant l'utilisation de batteries basse tension et une maintenance sécurisée. La machine *ISCAD* (pour *Intelligent Stator Cage Drive*) développée par l'Université de Munich illustre cet avantage. Le bobinage statorique est une cage couplée en étoile dont chaque conducteur occupe une des 60 encoches, comme montré par la figure I.10a. Chaque barre est liée à un interrupteur de puissance permettant de contrôler le courant circulant dans les encoches. La société *Molabo* commercialisant cette technologie de moteur pour la propulsion navale insiste sur la réduction de la tension de 400 à 48V et sur l'utilisation de transistor *MOSFET* bas calibre, avec un bon rendement à charge partielle. La société annonce que le moteur peut développer 50kW avec une batterie 48V et à une vitesse de 1767tr/min soit un couple de 270N m pour la version *in-board*.

Aussi, augmenter le nombre de phases permet d'améliorer la capacité de la machine à fonctionner sous régime dégradé. De nombreuses applications, notamment aéronautiques, nécessitent une redondance du nombre de phases. Un défaut sur l'une des phases d'une machine à N_s phases aura un impact moindre qu'un défaut sur l'une des 3 phases d'une machine triphasée.

Avec la généralisation de l'électronique de puissance, il n'est plus indispensable d'utiliser le réseau triphasé historique. Les interrupteurs (type *IGBT*, *Isolated Gate Bipolar Transistor*) et les diodes de puissance sont aujourd'hui des composantes standards peu chers et permettant de créer à moindre coût des convertisseurs statiques polyphasés. [25] étudie la répartition de puissance et la qualité du courant tiré du bus continu pour des onduleurs 3, 5 et 7 phases alimentant une charge $R-L$ équilibrée couplé en étoile modélisant une machine. Les valeurs des résistances et inductances utilisées sont pondérées pour les résistances et inductances totales soient identiques dans les trois cas. Plus le nombre de phases augmente, plus la puissance délivrée à la charge est élevée. Aussi, plus le nombre de phases augmente, plus le courant tiré sur le bus continu est constant et plus le couple est élevé et constant. Avec moins d'ondulations de couple, la machine est *a priori* plus silencieuse, vibre et se fatigue moins. D'une manière similaire, [26, 27] montre qu'un convertisseur à grand nombre de bras a un rendement plus élevé qu'un convertisseur triphasé car l'augmentation du courant par phase induit des pertes supplémentaires.

I.3 Changement électronique de polarité d'une machine asynchrone

Dans une machine asynchrone, seul le stator est alimenté par des courants électriques et induit un champ magnétique dans l'entrefer. La forme de ce champ dépend évidement de la distribution du bobinage, de sa polarité et des courants qui le traverse.

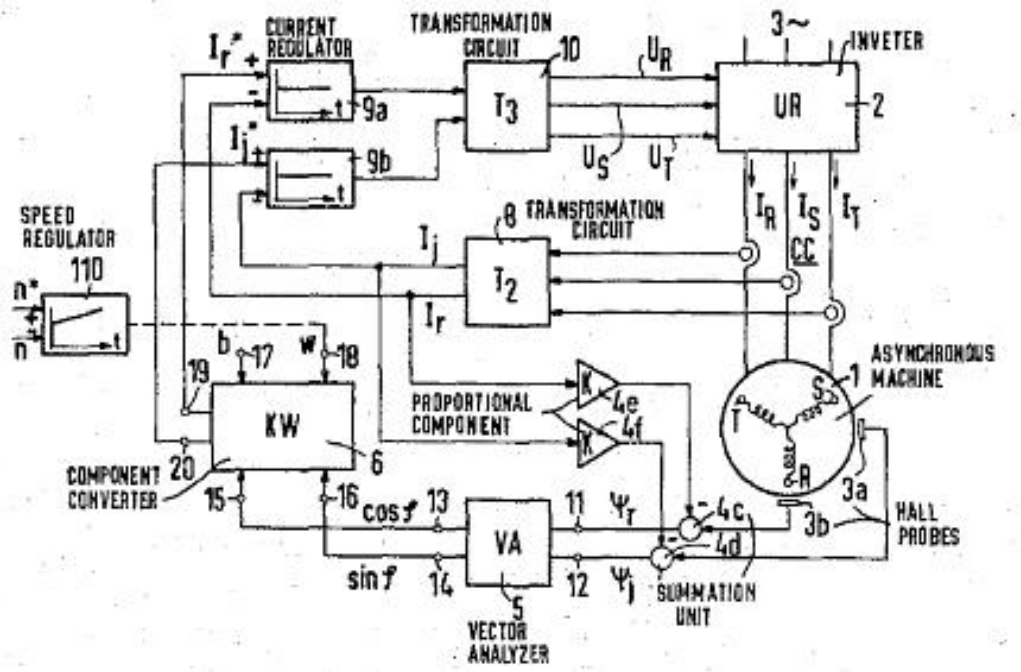


FIGURE I.8 – Contrôle direct du flux présenté par [21]

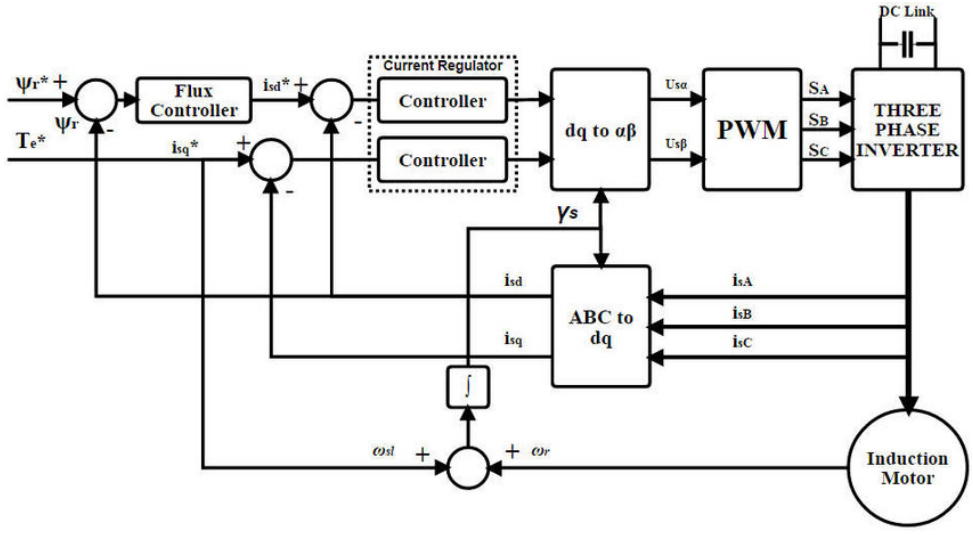
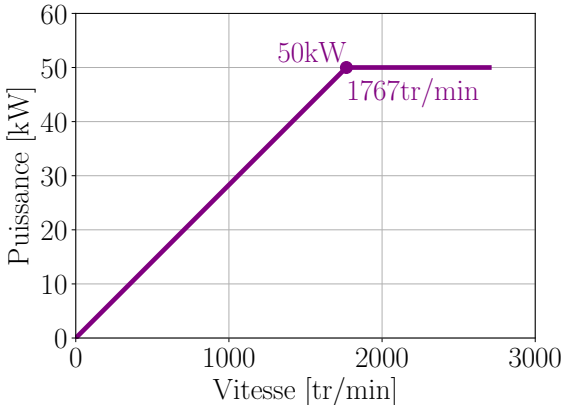


FIGURE I.9 – Contrôle indirect du flux présenté par [23]



(a) Circuit magnétique et cage statoriques



(b) Caractéristique puissance-vitesse annoncée

FIGURE I.10 – Géométrie et caractéristique de la machine *ISCAD* de *Molabo* (https://molabo.com/en/technology/)

I.3.1 Modélisation générale du bobinage

Un bobinage statorique symétrique, équilibré, régulièrement réparti dans Q_s encoches crée N_s circuits électriques indépendants appelés « phases ». Si ces N_s phases sont alimentées par des courants successivement déphasés de $2\pi/N_s$ radians, le bobinage génère une onde de force magnétomotrice (FMM) dont le plus grand angle d'onde est $2\pi/p$ avec p la polarité du bobinage.

Pour caractériser ces bobinages, le nombre d'encoches par pôles et par phase

$$s_{pp} = \frac{Q_s}{2pN_s} \tag{I.8}$$

est calculé. Ce nombre permet de discriminer les bobinages. Pour cela, il est mis sous la forme $s_{pp} = x/y$ où x est le plus petit numérateur et y est le plus grand dénominateur [28]. Les bobinages sont classés comme suit

- $y = 1$, le bobinage est entier (*Integral slot* en anglais),
- $y \in 2\mathbb{N}^* + 1$, le bobinage est fractionnaire de grade 1 (*first-grade fractional slot*),
- $y \in 2\mathbb{N}^*$, le bobinage est fractionnaire de grade 2 (*second-grade fractional slot*).

Le bobinage est dit distribué si les conducteurs aller (ou retour) d'une même phase occupent au moins deux encoches consécutives. Sinon, le bobinage est dit concentré. Le bobinage diamétral permet de générer une force-magnétomotrice carrée, et un bobinage distribué à grand nombre d'encoches par pôles et par phases génère une force-magnétomotrice plus sinusoïdale.

Distribution du bobinage

[29] présente un modèle général pour décrire les bobinages. La distribution du bobinage statorique est quantifiée par les nombres $d_{s,n,q}$ qui représentent la proportion de conducteurs de la phase statorique n occupant l'encoche statorique q. Ce nombre est compris entre 1, toute l'encoche q est occupée par des conducteurs de la phase n circulant dans le sens aller, et -1, toute l'encoche q est occupée par des conducteurs de la phase n circulant dans le sens retour. Évidement, $d_{s,n,q} = 0$ indique qu'aucun conducteur de la phase n ne passe dans l'encoche q.

Pour modéliser ce bobinage, l'application linéaire de distribution de bobinage d_s ainsi que deux espaces vectoriels sont introduits. Le premier espace vectoriel $\mathcal{E}^{N_s}$, de cardinal N_s, est lié au nombre de phases statoriques tandis que l'espace vectoriel $\mathcal{E}^{Q_s}$, de cardinal Q_s est lié au nombre d'encoches statoriques. Ces deux espaces sont respectivement munis des bases naturelles $\mathbf{N}^{N_s}$ et $\mathbf{N}^{Q_s}$ suivantes

$$\mathbf{N}^{N_s} = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s}}, n \in [\![0, N_s - 1]\!] \right\} \tag{I.9a}$$

$$\mathbf{N}^{Q_s} = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{n}_q^{Q_s}}, q \in [\![0, Q_s - 1]\!] \right\}. \tag{I.9b}$$

Ces bases naturelles sont des bases orthonormées. Elles sont munies du produit scalaire usuel. Il est commun de modéliser les vecteurs de tensions et de courants polyphasés par des vecteurs [30-32]. En utilisant la base $\mathbf{N}^{N_s}$, les N_s courants de phases

$$\forall n \in [\![0, N_s - 1]\!],\ i_{s,n}(\theta_s) = I_s\sqrt{2}\cos\left(\theta_s + \delta_{i_s,n}\right) \tag{I.10}$$

peuvent être représentés par le vecteur

$$\overrightarrow{i_s} = \sum_{n=0}^{N_s-1} i_{s,n}(\theta_s)\overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s}} = \sum_{n=0}^{N_s-1} I_s\sqrt{2}\cos\left(\theta_s + \delta_{i,n}\right)\overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s}} \in \mathbf{N}^{N_s}. \tag{I.11}$$

Aussi, comme les courants sont synchrones, chacun d'eux peut être représentés par l'amplitude complexe

$$i_{s,n}(\theta_s) = I_s\sqrt{2}\cos(\theta_s + \delta_{i_s,n}) \longrightarrow \underline{I_{s,n}} = I_s e^{j\delta_{i_s,n}} \tag{I.12}$$

La réciproque de l'application linéaire d_s, notée d_s^T transforme le vecteur de courant de phase $\overrightarrow{i_s}$ vers le vecteur de densité linéique de courant $\overrightarrow{j_s}$ tel que

$$\begin{array}{rcl} \mathsf{d}_s^T : \mathcal{E}^{N_s} & \longrightarrow & \mathcal{E}^{Q_s} \\ \overrightarrow{i_s} & \longmapsto & \overrightarrow{j_s}. \end{array} \tag{I.13}$$

Dans la base naturelle, la matrice associée à d_s^T est la matrice de Q_s lignes et de N_s colonnes définie par

$$[d_s]^T = \mathrm{mat}\left(\mathsf{d}_s^T, \mathbf{N}^{Q_s}, \mathbf{N}^{N_s}\right) = \left((d_{s,n,q})_{(n,q)\in[\![0,N_s-1]\!]\times[\![0,Q_s-1]\!]}\right)^T. \tag{I.14}$$

Sa transposée $[d_s]$ est la matrice de distribution de bobinage statorique. Comme le bobinage est symétrique, la distribution de bobinage de la phase n est liée à la distribution de la phase $n-1$ par

$$d_{s,n,q} = d_{s,\mathrm{mod}(n-1,N_s),\mathrm{mod}(q-i_{c,s},Q_s)} \tag{I.15}$$

où $i_{c,s}$ est l'indice de circularité statorique qui, dans le cas d'un bobinage à nombre entier d'encoche par paires de pôles de par phase ($2s_{pp} \in \mathbb{N}$, dit bobinage entier), vaut [33]

$$i_{c,s} = \pm 2s_{pp}. \tag{I.16}$$

Par exemple, un bobinage statorique entier de $N_s = 9$ phases réparties dans $Q_s = 36$ encoches dont la polarité est $p = 1$, donc avec $s_{pp} = 2$ encoches par pôles et par phases, avec un indice de circularité de $i_{c,s} = 4$, noté par la suite $9 - ND$ (9 phases non diamétral), est représenté par la matrice

$$[d_s] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}. \tag{I.17}$$

Cette distribution, représentée par la figure I.11.

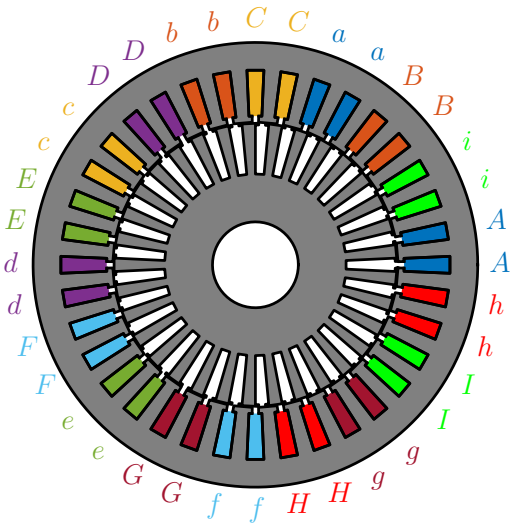


FIGURE I.11 – Répartition des phases de la distribution $9-ND$ dans le stator. Les conducteurs aller sont notés en majuscule et les conducteurs retour en minuscule

À partir de la représentation vectorielle des courants de phases (I.11) et le nombre de conducteurs par encoches, il est possible de calculer le vecteur des courants d'encoches

$$\left[\overrightarrow{i_{s,q_s}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_s}} = N_{cd,s}\,[d_s]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}}. \tag{I.18}$$

Ce vecteur des courants d'encoches est proportionnel à la densité linéique de courant.

La fonction de distribution de bobinage de la phase n peut s'exprimer en fonction des coefficients $d_{s,n,q}$ et de la fonction porte de largeur l'ouverture d'encoche statorique ε_s centrée en $q\dfrac{2\pi}{Q_s}$ telle que

$$d_{s,n}(\theta) = \sum_{q=0}^{Q_s-1} d_{n,q}\Pi_{\varepsilon_s}\left(\theta - q\frac{2\pi}{Q_s}\right) \tag{I.19}$$

Les fonctions de distribution des deux premières phases de la matrice (I.17) sont représentées par la figure I.12. Comme les circuits électriques des deux phases sont identiques mais décalés dans l'espace, leurs fonctions de bobinages seront identiques mais translatées selon la position. Évidement, la fonction est à valeur moyenne nulle car une phase compte autant de conducteurs

aller que retour. La fonction de distribution de bobinage est une représentation du bobinage équivalente à la représentation des phases par la matrice de distribution ou par une présentation du bobinage comme la figure I.11.

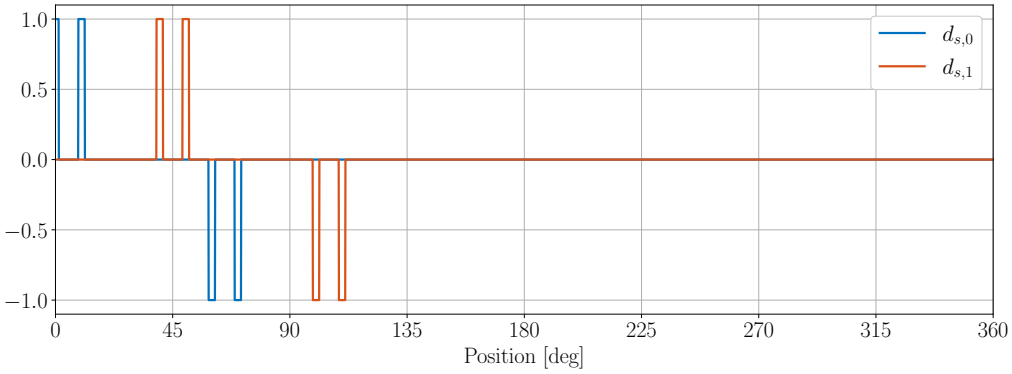


FIGURE I.12 – Distribution de bobinage des deux premières phases de la distribution (I.17)

La fonction de distribution de bobinage $d_{s,n}(\theta)$ de la phase n permet de calculer la fonction de bobinage $w_{s,n}(\theta)$ par

$$\begin{cases} d_{s,n}(\theta) = \varepsilon_s \dfrac{\mathrm{d}w_{s,n}}{\mathrm{d}\theta}(\theta) \\ \displaystyle\int_0^{2\pi} w_{s,n}\mathrm{d}\theta = 0 \end{cases} \tag{I.20}$$

qui représente la FMM créée par les courants statoriques. En effet, la FMM $\mathcal{F}_{mm}(\theta, \theta_s)$ générée par le bobinage alimenté par les courants (I.10) est

$$\mathcal{F}_{mm}(\theta, \theta_s) = \sum_{n=0}^{N_s-1} N_{cd,s} w_{s,n}(\theta) i_{s,n}(\theta_s) \tag{I.21}$$

En fait, à l'instar de d_s, il est possible de créer l'application linéaire w_s^T transformant le vecteur de courants de phase $\overrightarrow{i_s}$ vers le vecteur de FMM de taille Q_s dont chacune des composantes est la valeur de la FMM évaluée au niveau des encoches statoriques

$$\begin{array}{rccc} \mathsf{w}_s^T : & \mathcal{E}^{N_s} & \longrightarrow & \mathcal{E}^{N_s} \\ & \overrightarrow{i_s} & \longmapsto & \overrightarrow{f_{mm,s}} \end{array} \tag{I.22}$$

Dans la base naturelle, cette application linéaire est représentée par la matrice

$$[w_s]^T = \mathrm{mat}\left(\mathsf{w}_s, \mathbf{N}^{Q_s}, \mathbf{N}^{N_s}\right) = (w_{s,n,q})^T_{(n,q)\in[\![0,N_s-1]\!]\times[\![0,Q_s-1]\!]}. \tag{I.23}$$

où les coefficients $w_{s,n,q}$ sont calculée à partir de (I.20) et des coefficients $d_{s,n,q}$ par

$$w_{s,n,q} = \sum_{s'=0}^{q} d_{s,n,q'} - \frac{1}{Q_s} \sum_{q'=0}^{Q_s-1} \sum_{q''=0}^{q'} d_{s,n,q''} \tag{I.24}$$

La matrice $[w_s]$ est appelée matrice de fonction de bobinage statorique.

La force magnétomotrice créée le bobinage décrit par (I.17) alimenté par les courants de la relation (I.10) à l'instant $\theta_s = 0\mathrm{rad}$ et déphasés de $\delta_{i,n} = -2\pi/N_s \times n$ est présentée par la figure I.13. Le bobinage ayant une polarité $p = 1$, il génère une onde de FMM de polarité $p = 1$.

Le rotor possédant aussi un bobinage, il est possible de le décrire en utilisant ses matrices de distribution et de fonction de bobinage présentées précédemment. Dans le cas particulier mais

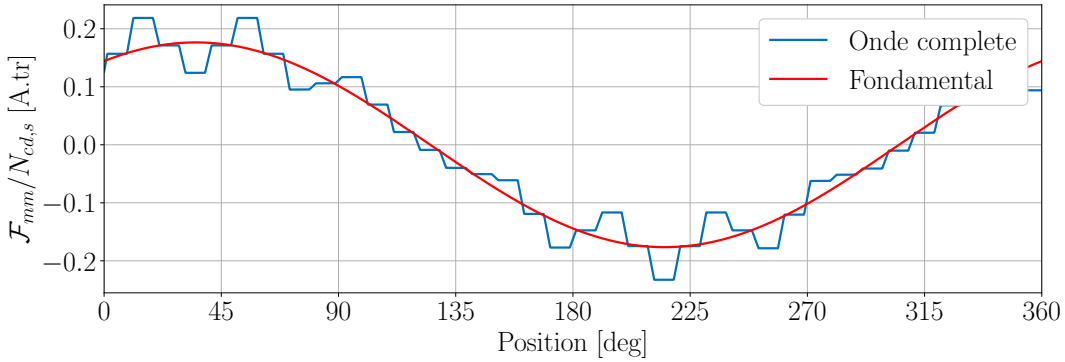


FIGURE I.13 – Onde de force magnétomotrice générée par des courants polyphasés de valeur efficace 1A déphasés de $2\pi/N_s$ alimentant le bobinage décrit par la distribution (I.17)

courant d'une cage, le bobinage rotorique peut être modélisé comme un bobinage dentaire dont la matrice de distribution est

$$[d_r] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & \dots & 0 & -0.5 \\ 0 & 0.5 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -0.5 & 0.5 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -0.5 & 0 & 0 & \dots & -0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \tag{I.25}$$

et où un seul conducteur est logé dans une encoche, $N_{cd,r} = 1$. Ainsi, le nombre de phases N_r est égal au nombre d'encoches Q_r.

Calcul de l'inductance entre deux phases

Soit une machine constituée d'un matériau magnétique linéaire de perméabilité très grande devant celle de l'air. Soient une phase indexée a représentée par sa fonction de bobinage w_a et une phase b représentée par sa fonction de bobinage w_b et dont le référentiel est décalé de γ par rapport à celui de la phase a. Un courant de valeur efficace I_a circulant dans la phase a crée un champ magnétique dans l'entrefer supposé radial

$$\overrightarrow{B_{/a}} = B_{/a}(\theta)\overrightarrow{e_r} = \frac{\mu_0}{g_e} N_{cd,a} w_a(\theta) I_a \overrightarrow{e_r}. \tag{I.26}$$

Ce champ est capté par la phase b qui voit alors un flux, dit flux magnétisant, égal à

$$\Phi_{ba} = \int_S N_{cd,b} w_b(\theta - \gamma) B_{/a} \mathrm{d}S = \frac{\mu_0}{g_e} R_g \ell_z N_{cd,a} N_{cd,b} I_a \int_0^{2\pi} w_a(\theta) w_b(\theta - \gamma) \mathrm{d}\theta. \tag{I.27}$$

Ainsi, l'inductance mutuelle M_{ab} (ou l'auto-inductance si $a = b$ et notée L_a) entre les phases a et b est [29, 34]

$$M_{ab} = \frac{\mu_0}{g_e} R_g \ell_z N_{cd,a} N_{cd,b} \int_0^{2\pi} w_a(\theta) w_b(\theta - \gamma) \mathrm{d}\theta. \tag{I.28}$$

Dans le cas où les phases a et b sont deux phases statoriques ou rotoriques, l'angle γ est nul. Dans le cas où la phases a est une phase statorique et la phase b est une phase rotorique, l'angle γ est la position du rotor θ_m.

I.3.2 Séquence d'alimentation : changement électronique de polarité

Classiquement, les N_s courants statoriques sont déphasés de $2\pi/N_s$ car, alimentant un bobinage équilibré dont les phases sont décalées spatialement de $2\pi/pN_s$. Le vecteur des courants statorique est donc de la forme

$$\overrightarrow{i_s} = \sum_{n=0}^{N_s-1} I_s\sqrt{2}\cos\left(\theta_s - \varphi_s - \frac{2\pi}{N_s}\times n\right)\overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s}} \tag{I.29}$$

Comme montré par la figure I.13, cette alimentation crée une FMM de polarité fondamentale p.

Pour un bobinage à N_s phases, il est possible de trouver N_s ordre d'alimentation des phases, représentés par les déphasages angulaires entre deux phases consécutives. D'une manière plus générale que (I.29), le vecteur des courants statorique peut s'exprimer comme

$$\overrightarrow{i_s} = \sum_{n=0}^{N_s-1} I_s\sqrt{2}\cos\left(\theta_s - \varphi_s - \frac{2\pi}{N_s}u\times n\right)\overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s}}. \tag{I.30}$$

Dans la relation (I.30), u est la séquence d'alimentation : un entier compris entre 0 et N_s-1. Dans le cas triphasé où $N_s = 3$, trois séquences existent

- $u = 0$ la séquence homopolaire,
- $u = 1$ la séquence d'alimentation directe générant un champ d'entrefer de polarité p égale à celle du bobinage,
- $u = 2$ la séquence d'alimentation indirecte, identique à la séquence directe mais tournant dans le sens opposé.

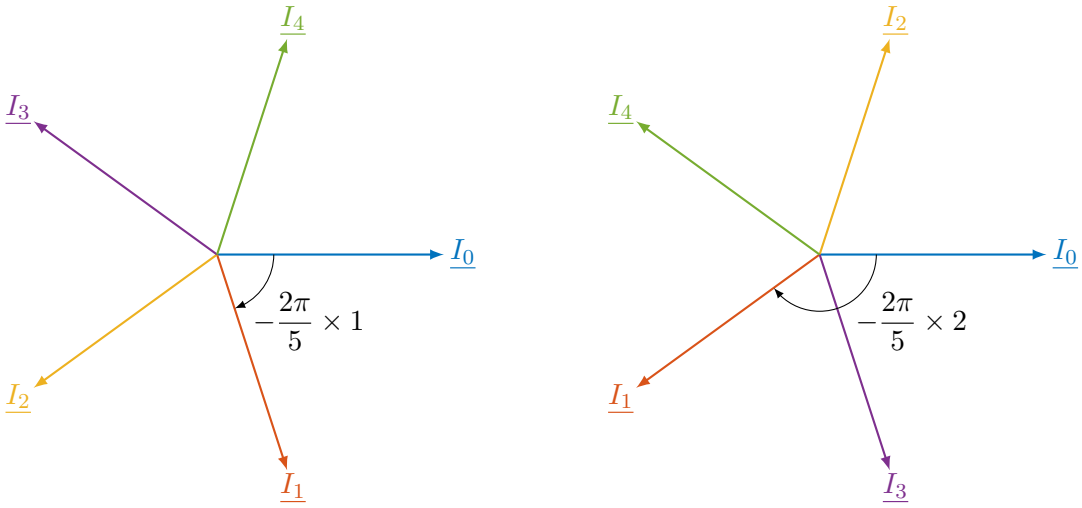
D'une manière générale, (I.30) montre que les séquences u et $N_s - u$ sont équivalentes mais tournant dans des sens contraires. Cela implique que seules $\lfloor N_s/2 \rfloor$ séquences sont distinguables.

Par exemple, une machine 5 phases possède 2 séquences, les séquences 1 et 2. La figure I.14a présente le diagramme de Fresnel des courants pour la séquence 1 tandis que la figure I.14b représente les mêmes courants pour la séquence 2. Dans les deux cas, les courants ont la même valeur efficace et sont régulièrement répartis. La seule différence réside dans le déphasage des courants circulant dans deux phases consécutives. Pour la séquence 1, ce déphasage est de $2\pi/5 \times 1\text{rad}$ et est doublé pour la séquence 2.

Ainsi, pour parcourir le diagramme dans le sens $\underline{I_0} \to \underline{I_1} \to \underline{I_2} \to \underline{I_3} \to \underline{I_4} \to \underline{I_0}$ dans le cas de la séquence 1, seul un tour $((2\pi/5 \times 1) \times 5 = 2\pi\text{rad})$ du diagramme est effectué. La polarité du champ créé par ces courants est la polarité du bobinage p. Pour la séquence 2, parcourir le diagramme dans le même sens nécessite de faire deux tours $((2\pi/5 \times 2) \times 5 = 4\pi\text{rad})$. Le champ ainsi créé aura une polarité $2p$, deux fois supérieure à la polarité du bobinage.

Certains bobinages peuvent être physiquement reconfigurés tels que le bobinage *Dahlander* pour une machine triphasée [12]. Ce bobinage permet de générer un champ de polarité p_1 dans une configuration et un champ de polarité $p_2 = 2p_1$ dans l'autre configuration. Cependant, cette commutation mécanique nécessite des interrupteurs de puissance ou des relais pour changer de configuration ce qui nuit à la robustesse de la machine. L'intérêt de l'utilisation de bobinages polyphasés est que le changement de séquence change la polarité du champ sans changer les connexions électriques mais uniquement par le pilotage électronique de l'onduleur. Pour le bobinage 9 phases présenté par la distribution $[d_s]$ de (I.17), 4 séquences différentes sont utilisables. Les figures I.15a à I.15d présentent les forces magnétomotrices des quatre séquences pour des courants de valeur efficace de 1A.

En changeant de séquence à valeurs efficace de tension et de courant et à fréquence fixées, la polarité et l'amplitude du champ d'entrefer sont modifiées. La vitesse de synchronisme et le couple maximal sont donc modifiés. Par ce principe, un effet boîte de vitesse est disponible sur une machine polyphasée et le nombre de rapports disponibles est le nombre de séquences [1, 26, 35]. Dans l'optique d'avoir plusieurs séquences utilisables, le bobinage doit pouvoir générer un



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

FIGURE I.14 – Diagrammes de Fresnel des deux séquences distinguables d'un bobinage 5 phases

grand nombre de polarités de champ. Fatalement, cela implique un grand nombre d'harmoniques de champ, appelés harmoniques d'espace. Comme le montrent les figures I.15a à I.15d, les ondes de forces magnétomotrices ne sont pas parfaitement sinusoïdales et sont composées d'harmoniques dont les valeurs et amplitudes sont mathématiquement prévisibles sous les hypothèses de matériau linéaire et d'entrefer lisse.

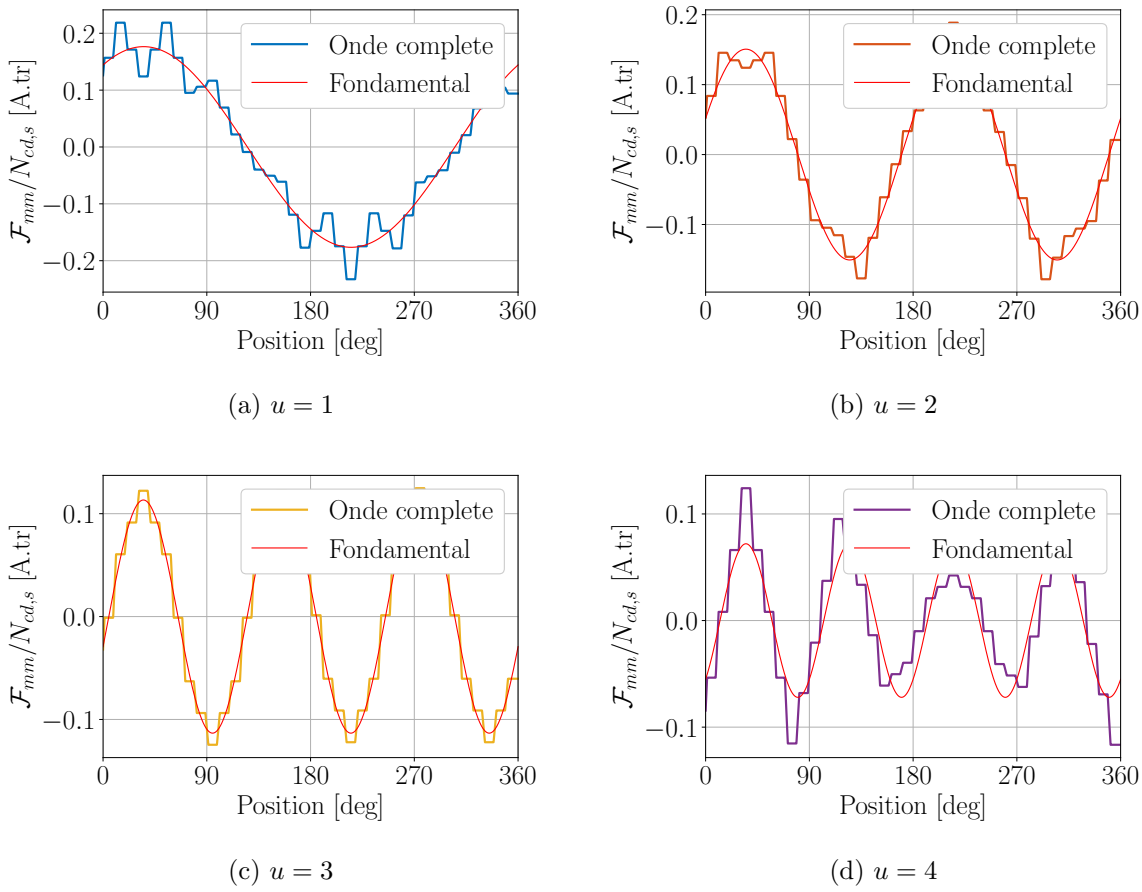
I.3.3 Utilisation de la commutation électronique de pôles

L'exemple précédent présentant l'influence des séquences sur la forme de la FMM et [26] montrent qu'un ensemble convertisseur-machine peut fonctionner sous différentes configurations changeant le nombre de paires de pôles et l'amplitude du champ d'entrefer. Ce changement de polarité permet de modifier la caractéristique couple vitesse de la machine. À puissance apparente et à fréquence fixée, augmenter la polarité augmente le couple maximal et diminue la vitesse de synchronisme. [35] utilise cette propriété pour concevoir une machine de traction automobile pouvant fonctionner avec 6 ou 18 paires de pôles. Comme deux configurations sont disponibles, il est possible de mieux approcher les points de fonctionnement d'un véhicule électrique (figure I.16a). Ainsi, il est possible de concevoir une machine plus petite qu'une machine triphasée équivalente, comme montré sur la figure I.16b, car les matériaux sont dimensionnés au plus proches des besoins.

Dans la littérature [1, 9, 26, 35, 36], ce type de machine est communément appelé *variable pole-phase (induction) machine* (*VPP(I)M*) car, considérant le nombre d'encoches et le nombre d'encoches par pôle et par phase fixe dans la relation (I.8), changer la polarité revient à changer le nombre de phases du bobinage. Le bobinage présente donc un nombre de phases réel (nombre de bornes dans le bornier de la machine) et un nombre de phases équivalentes magnétiques. Par exemple, les courants de la séquence 3 d'une machine 9 phases à p paires de pôles sont identiques aux courants de séquence 1 d'une machine 3 phases à $3p$ paires de pôles

$$I_s\sqrt{2}\cos\left(\theta_s - \frac{2\pi}{9} \times 3\right) = I_s\sqrt{2}\cos\left(\theta_s - \frac{2\pi}{3} \times 1\right). \tag{I.31}$$

Cette constatation peut aussi être faite en traçant les diagrammes de Fresnel des 9 courants alimentés à la séquence 3, où les courants i_0, i_3 et i_6 sont superposés, comme les courants i_1, i_4 et i_7 et i_2, i_5 et i_7. Cette modification du nombre de phases peut aboutir à des nombres de phases non entiers comme décrit dans [36] où une machine à 36 encoches et 1 encoches par pôle



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

(c) $u = 3$ (d) $u = 4$

FIGURE I.15 – Force magnétomotrice pour les 4 séquences du bobinage présenté par la distribution de la relation (I.17)

et par phase peut fonctionner avec 4 pôles et 4.5 phases magnétiques. Dans la relation (I.8) et dans la suite, comme p désigne la polarité du bobinage qui est la polarité du champ magnétique créé lorsque ce bobinage est alimenté par des courants déphasés de $2\pi/N_s$ où $2.N_s$ est le nombre de bornes disponibles dans le bornier de la machine (1 entrée et 1 sortie pour chacun des N_s circuits électriques), la polarité p et le nombre de phases N_s sont fixes. Une différence entre la polarité du bobinage et la polarité du champ magnétique d'entrefer est donc nécessaire.

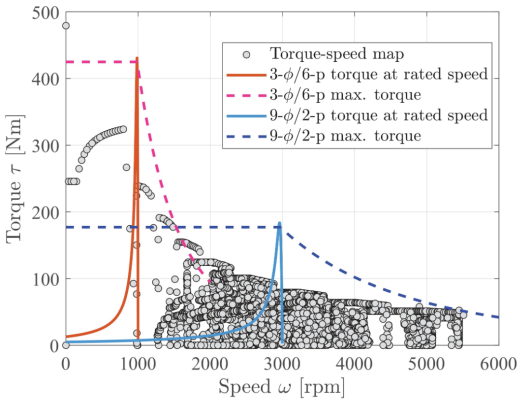
I.4 Modélisation des harmoniques d'espace du champ d'entrefer

Comme ce champ est créé par un nombre connu d'encoches, de phases et avec un courant de valeur efficace et de déphasage connu, les harmoniques d'espace peuvent être prévus par des lois arithmétiques simples.

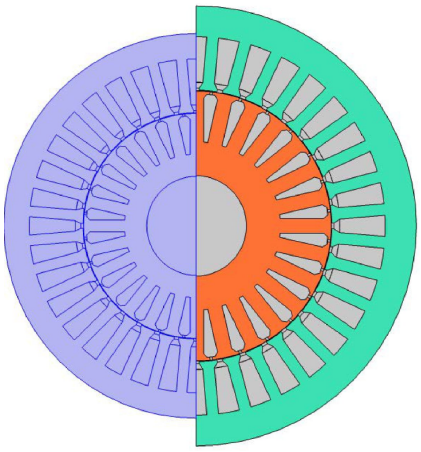
I.4.1 Harmoniques générables par une séquence statorique

Comme montré par la figure I.13, une alimentation par la séquence $u = 1$ génère une onde dont le fondamental est la polarité du bobinage p. Les exemples illustrés par les figures I.14a, I.14b et I.15a à I.15d montrent que la polarité principale change avec la polarité.

Pour étudier les harmoniques générables par un bobinage de Q_s encoches, N_s phases, de polarité p, il est nécessaire d'introduire le nombre réduit d'encoches Q'_s et le nombre réduit de paires de pôles p' définis par



(a) Couple vitesse de machine proposée par [35] et des points de fonctionnement d'un véhicule électrique



(b) Comparaison de la géométrie proposée par [35] (gauche) et la conception de référence (droite)

FIGURE I.16 – Conclusions de l'étude [35] sur le design de machine asynchrones à deux polarités

$$\begin{cases} Q'_s = \dfrac{Q_s}{G} \\ p' = \dfrac{p}{G} \end{cases}, \quad G = \gcd(Q, p). \tag{I.32}$$

Dans le cas d'un bobinage entier ($2s_{pp} = Q_s/(pN_s) \in \mathbb{N}$), le nombre G est la polarité p est le nombre réduit d'encoches est le nombre d'encoches par paires de pôles. Enfin, le bobinage est aussi décrit par le nombre d'encoches de base Q_s^+. Ce nombre est égal au nombre réduit d'encoches si le bobinage n'est pas fractionnaire de grade 2 ou au double du nombre réduit d'encoches dans ce cas. [29, 33] donnent une expression générale de l'ensemble des harmoniques générables par un bobinage de N_s phases, Q_s encoches, p paires de pôles et Q_s^+ encoches de bases. Cet ensemble change selon la séquence u choisie et est

$$\mathcal{F}_u = pu + N_s \frac{Q_s}{Q_s^+}\mathbb{Z}. \tag{I.33}$$

Cette expression très compacte et facilement implémentable est très générale et s'applique à n'importe quel bobinage. Le premier harmonique, c'est-à-dire le fondamental, est pu, proportionnel à la polarité choisie, comme montré par les exemples précédents. Comme l'onde de FMM est générée par Q_s encoches, un effet de recouvrement spectral peut être présent et est aussi décrit par (I.33). Il est aussi remarquable que les séquences u et $N_s - u$ génèrent les mêmes harmoniques mais évoluant dans le sens opposé

$$\mathcal{F}_{N_s-u} = -\mathcal{F}_u \tag{I.34}$$

comme les séquences directe et indirecte d'une machine triphasée. Dans le cas d'un bobinage entier, le nombre d'encoches de base est égal au nombre réduit d'encoches. L'expression (I.33) est donc simplifiée

$$2s_{pp} \in \mathbb{N} \Longrightarrow \mathcal{F}_u = p\left(u + N_s\mathbb{Z}\right). \tag{I.35}$$

Dans ce cas, les harmoniques sont proportionnels au nombre de paires de pôles du bobinage.

En général, le fondamental généré par la séquence u est pu et le premier harmonique (celui dont la valeur absolue est la plus proche de celle du fondamental) est $p(N_s - u)$. Ainsi, augmenter le nombre de phases N_s permet d'éloigner le premier harmonique de son fondamental et de rendre les ondes de FMM des basses séquences plus sinusoïdales (figures I.15a à I.15d).

Évidement, le développement présenté ici pour le bobinage statorique est valable pour le bobinage rotorique. L'harmonique statorique $v \in \mathcal{F}_u$ tournant généré par des courants de pulsation $\omega_{s,u}$ induit des courants dans les conducteurs rotoriques. Si le rotor tourne à la vitesse Ω_m, l'harmonique v induit des courants rotoriques de pulsation $\omega_{s,u} - v\Omega_m$. Les courants rotoriques vont à leur tour générer un champ magnétique composé d'harmoniques compris dans l'ensemble

$$\mathcal{F}^R_{/v} = p_r v + N_r \frac{Q_r}{Q_r^+}\mathbb{Z} \tag{I.36}$$

La notation $\mathcal{F}^R_{/v}$ indique que le train d'harmoniques est induit par l'harmonique v. Dans le cas d'une cage, le nombre de phases est égal au nombre d'encoches et le bobinage ne possède qu'une paire de pôles. Ainsi, l'expression de l'ensemble $\mathcal{F}^R_{/v}$ est simplifiée

$$\mathcal{F}^R_{/v} = v + N_r\mathbb{Z} = \mathrm{mod}(v, N_r) + N_r\mathbb{Z} \tag{I.37}$$

Il est ainsi possible de mettre en évidence que la séquence rotorique $\mathrm{mod}(v, N_r)$ est allumée par l'harmonique v. Ayant un nombre fini de phases, le rotor se comporte comme un miroir magnétique déformant, il réplique l'harmonique inducteur mais génère aussi des harmoniques parasites. Un rotor ayant un nombre infini de phases ne répliquerait que l'harmonique inducteur v.

I.4.2 Facteur de bobinage

Les bobinages statorique et rotorique vont générer un champ d'entrefer dont les amplitudes des harmoniques dépendent des deux bobinages par le biais du facteur de bobinage. Celui-ci est le rapport entre le flux capté par une phase d'un bobinage réel et le flux capté par une phase d'un bobinage équivalent à pas diamétral et à une encoche par pôles et par phases, dit optimal. [28, 37] le définissent comme le produit de trois facteurs :

— le facteur de raccourcissement,
— le facteur de distribution et
— le facteur d'inclinaison.

Le facteur de raccourcissement traduit l'épanouissement des bobines par rapport au pas polaire. Le facteur de distribution traduit la diminution du flux dû au nombre fini d'encoches. Le facteur d'inclinaison traduit la diminution du flux capté à cause d'une éventuelle inclinaison du bobinage.

[38] présente une manière extrêmement compacte de calculer le produit « facteur de raccourcissement fois facteur de distribution ». La distribution de bobinage d'une phase statorique est décrite par la relation (I.19) et peut être décomposée en série de Fourier

$$d_{s,n}(\theta) = \sum_{v\in\mathbb{Z}} \frac{\varepsilon_s}{2\pi}\mathrm{sinc}\left(v\frac{\varepsilon_s}{2}\right)\left(\sum_{q=0}^{Q_s-1} d_{s,n,q}e^{-j\frac{2\pi}{Q_s}qv}\right)e^{jv\theta} \tag{I.38}$$

tout comme la fonction de bobinage

$$w_{s,n}(\theta) = \sum_{v\in\mathbb{Z}} \frac{\varepsilon_s}{j2\pi v}\mathrm{sinc}\left(v\frac{\varepsilon_s}{2}\right)\left(\sum_{q=0}^{Q_s-1} d_{s,n,q}e^{-j\frac{2\pi}{Q_s}qv}\right)e^{jv\theta} \tag{I.39}$$

Pour un matériau linéaire de grande perméabilité par rapport à l'air, le flux généré par une phase dépend directement de la fonction de bobinage de la phase inductrice et de la phase induite [34]. Il résulte du rapport entre le flux réel et le flux optimal le facteur de bobinage complexe

$$\underline{K_{s,v}} = \frac{N_s}{Q_s} \sum_{q=0}^{Q_s-1} d_{s,n,q} e^{-j\frac{2\pi}{Q_s}qv} = \frac{N_s}{Q_s} \mathsf{F}_{Q_s}\left(\overrightarrow{d_{s,n}}\right)_v \tag{I.40}$$

Dans la relation (I.40), le vecteur $\overrightarrow{d_{s,n}}$ est le vecteur de distribution de conducteurs défini par

$$\overrightarrow{d_{s,n}} = \mathsf{d}_s\left(\overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s}}\right) = \sum_{q=0}^{Q_s-1} d_{s,n,q}\overrightarrow{\mathbf{n}_q^{Q_s}} \tag{I.41}$$

et $\mathsf{F}_{Q_s}\left(\overrightarrow{d_{s,n}}\right)_v$ est le $v^{\text{ème}}$ coefficient de la transformée de Fourier de $\overrightarrow{d_{s,n}}$.
Ainsi, le coefficient de distribution de bobinage est liée au facteur de bobinage comme

$$d_{s,n,q} = \frac{1}{Q_s} \sum_{v=0}^{Q_s-1} \mathsf{F}_{Q_s}\left(\overrightarrow{d_{s,n}}\right)_v e^{j\frac{2\pi}{Q_s}qv} = \frac{1}{N_s} \sum_{v=0}^{Q_s-1} \underline{K_{s,v}} e^{j\frac{2\pi}{Q_s}qv} \tag{I.42}$$

et de même pour les coefficients de fonction de bobinage.

L'expression (I.40) renseigne sur la capacité qu'a le bobinage à générer un harmonique d'espace v. Par exemple, le bobinage $9-ND$, dont la distribution est donnée par la relation (I.17), génère un grand nombre d'harmoniques dont les facteurs de bobinages respectifs sont présentés par la figure I.17. Les harmoniques liés à la séquence 1 sont colorés en bleu, ceux liés à la séquence 2 sont en orange, ceux liés à la séquence 3 sont en jaune et ceux liés à la séquence 4 sont en violet. Comme prévu par la relation (I.40), les facteurs de bobinage des harmoniques v et $Q_s - v$ sont égaux. Aussi, un certain nombre de facteurs de bobinages sont nuls, par exemples ceux liés aux harmoniques multiples de 6. En effet, pour ces polarités, le bobinage se comporte comme un bobinage diamétral et ne peut par générer ces harmoniques.

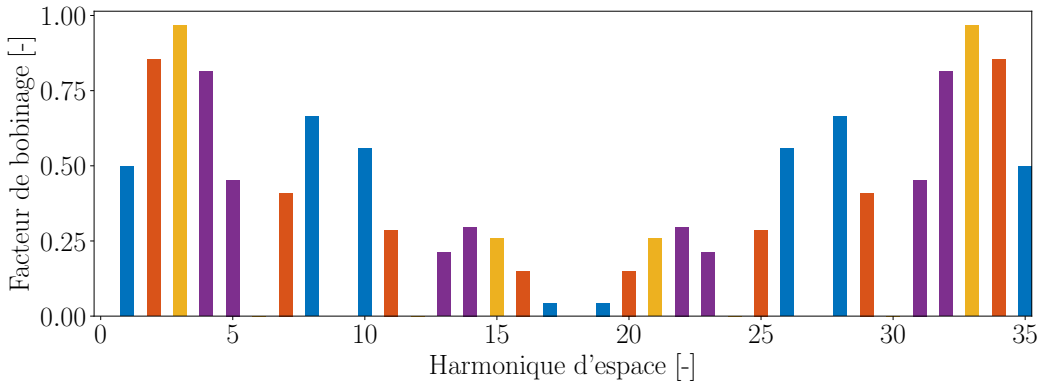


FIGURE I.17 – Module du facteur de bobinage pour le bobinage $9-ND$ $(p=1)$

Pour gérer le contenu harmonique du champ d'entrefer, il est possible de modifier le bobinage de telle sorte qu'il soit incapable de générer certains harmoniques. En modifiant le bobinage $9-ND$ de telle sorte qu'il devienne diamétral, le bobinage devient incapable de générer les harmoniques de rang pair. La figure I.18 illustre cette propriété où seuls les harmoniques impairs sont générables. Le contenu harmonique du champ sera donc grandement réduit. Cependant, cela est fait à un coût non négligeable, comme les ondes de polarités $2p=2$ et $4p=4$ ne sont plus générables, les séquences 2 et 4 sont privées de leur fondamental ce qui les rend bien moins intéressantes pour la commutation de pôles. Ce bobinage est appelé $9-D$.

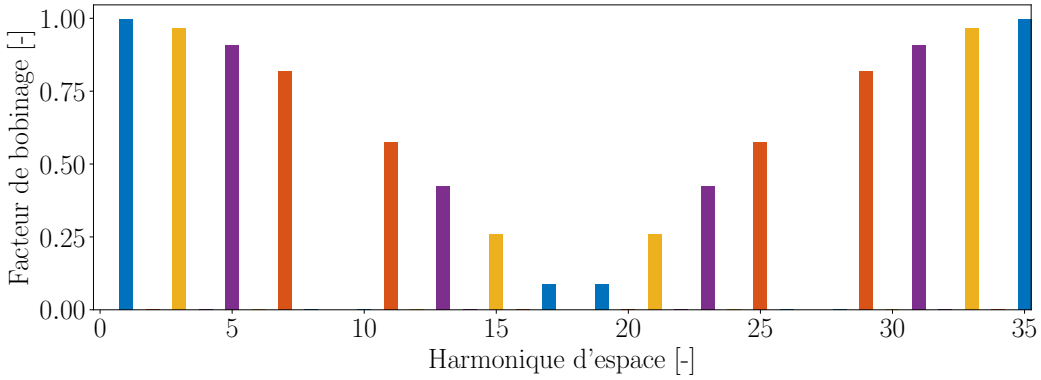


FIGURE I.18 – Module du facteur de bobinage pour le bobinage $9-D$ ($p=1$)

Finalement, à ce facteur de bobinage décrivant le raccourcissement et la distribution du bobinage, il convient de rajouter le facteur décrivant le vrillage des bobinages. [28, 37] présentent ce coefficient dépendant de l'harmonique d'espace v comme

$$K_{vrillage,v} = \text{sinc}\left(v\frac{\gamma}{2}\right) \tag{I.43}$$

où γ est l'angle de vrillage du bobinage.

Pour profiter pleinement de la commutation de pôles, il faut idéalement pouvoir générer les harmoniques fondamentaux des séquences disponibles, soit

$$\forall u \in \left[\!\left[0, \left\lfloor \frac{N_s}{2} \right\rfloor\right]\!\right], \underline{K_{s,pu}} \neq 0. \tag{I.44}$$

Selon ce critère, le bobinage $9-ND$ semble propice à la commutation de pôles car pouvant générer les harmoniques $1p$, $2p$, $3p$ et $4p$. Cependant, ce bobinage génère aussi un grand nombre d'harmoniques pouvant dégrader le comportement de la machine. Réduire le nombre d'harmoniques générables par le bobinage, comme le bobinage $9-D$, se fait en réduisant le nombre de fondamentaux générables et donc le nombre de séquences utilisables : $2p$ et $4p$ ne sont pas générables par ce bobinage.

I.4.3 Harmoniques présents dans l'entrefer

Un bobinage alimenté par la séquence u peut générer un certain nombre d'harmoniques $v \in \mathcal{F}_u$, conformément à (I.33). Cependant, tous ces harmoniques ne sont pas forcément présents dans l'entrefer. En effet, le facteur de bobinage renseigne quant à la présence ou non d'un harmonique.

La FMM est calculée à partir de la fonction de bobinage et du courant circulant dans les phases, comme présenté par la relation (I.21). Elle peut être calculée explicitement pour un matériau linéaire, un champ d'entrefer radial et une alimentation mono-séquence u

$$\forall n \in [\![0, N_s-1]\!],\ i_{s,n}(t) = I_s\sqrt{2}\cos\left(\theta_s - \frac{2\pi}{N_s}u\times n\right) \tag{I.45}$$

et est calculée à partir de la relation (I.21) donnant

$$\mathcal{F}_{mm}(\theta_m,\theta_s) = \frac{Q_s N_{cd,s} I_s\sqrt{2}}{2\pi}\sum_{v\in\mathcal{F}_u}\frac{\left|\underline{K_{s,v}}\right|}{v^2}\text{sinc}\left(v\frac{\varepsilon_s}{2}\right)\sin\left(v\theta_m+\theta_s+\arg\left(\underline{K_{s,v}}\right)\right) \tag{I.46}$$

Cette expression fait apparaitre la famille d'harmonique $\mathcal{F}_u$ de la séquence u ainsi que le facteur de bobinage de chaque harmonique considéré. Pour qu'un harmonique soit présent dans l'entrefer, il faut qu'il soit générable par la séquence et ayant un facteur de bobinage non nul. Aussi, (I.46) montre que l'amplitude de FMM due à chaque harmonique décroit inversement proportionnellement au rang de l'harmonique au carré.

Des techniques d'alimentation multiséquences permettent d'améliorer l'utilisation du circuit magnétique en créant, par exemple, une onde de force magnétomotrice plus carrée [39, 40] optimisant le couple. En supposant que les ondes de FMM des deux séquences puissent s'additionner, il est possible d'écrêter le champ d'entrefer. Pour ce faire, plusieurs courants de séquences différentes alimentent le stator avec des amplitudes et des fréquences différentes. Pour que les ondes des différentes séquences soient synchrones, il faut que les rapports pulsation - polarité soient égaux pour toutes les séquences.

$$\forall u \in \left[\!\left[0, \left\lfloor \frac{N_s}{2} \right\rfloor \right]\!\right], \frac{\omega_{s,u}}{p_u} = C^{te}. \tag{I.47}$$

De cette manière, toutes les séquences utilisées génèrent un couple. [39, 40] étudient l'injection des harmoniques 3 à 9 sur une machine 11 phases. Par exemple, injecter la séquence 1 et l'harmonique 3 avec une amplitude correspondant à 17% de l'amplitude de la séquence 1 (figure I.19) permet d'augmenter le flux de 21.9% et augmente le couple de 33.3% par rapport aux valeurs fondamentales. Cette augmentation peut aller jusqu'à 40.8% pour le flux et 54.5% pour le couple avec une injection des harmoniques 3, 5, 7 et 9.

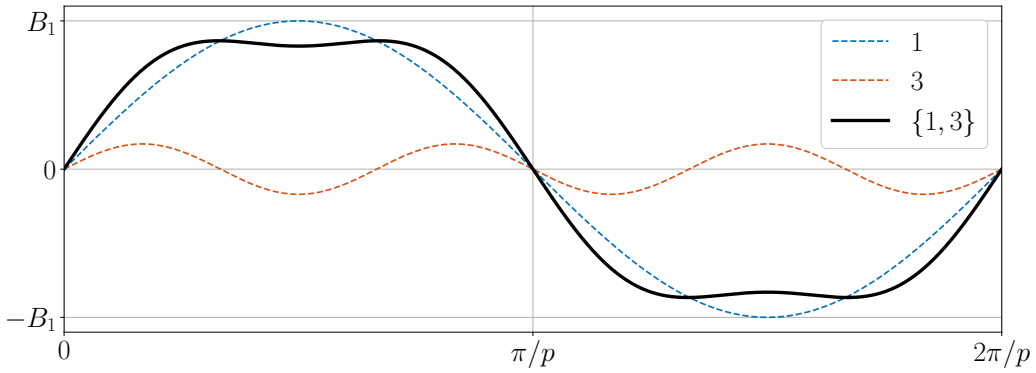


FIGURE I.19 – Champ d'entrefer obtenu par injection de l'harmonique 3 et écrêtant l'onde du fondamental

Comme chaque harmonique v statorique induit des courants dans les conducteurs rotoriques, tous les harmoniques v_r induits par les harmoniques générateurs v sont aussi présents selon la relation (I.36). Là où l'harmonique statorique v tourne à la vitesse ω_s/v, l'harmonique rotorique tourne à la vitesse $(\omega_s - v\Omega_m)/v$. Ces harmoniques vont alors interagir et ces interactions seront discutées dans le chapitre II.

Aussi, lors de l'utilisation simultanée de deux séquences contenant les harmoniques v et $v+1$, la pression magnétique radiale contient l'harmonique 1 et génère des vibrations. Pour éviter ce phénomène, il convient par exemple d'utiliser des séquences distantes d'au moins 2.

I.5 Bases séquentielles : bases de Fortescue et de Clarke

Il a été vu que la présence des harmoniques dans l'entrefer est conditionné par le facteur de bobinage, qui peut s'exprimer en fonction de la transformée de Fourier de la distribution de

bobinage. Il est possible d'isoler et de mettre en évidence les composantes séquentielles et harmoniques des différentes grandeurs en n'utilisant non plus les bases naturelles mais en utilisant les bases de Fortescue et de Clarke.

I.5.1 Base de Fortescue

La base de Fortescue $\mathbf{F}^N$ de cardinal N est une base complexe définie à partir de la base naturelle $\mathbf{N}^N$ par

$$\mathbf{F}^N = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{f}_u^N} = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\exp\left(j\frac{2\pi u}{N}n\right)}{\sqrt{N}} \overrightarrow{\mathbf{n}_n^N},\ u \in [\![0, N-1]\!] \right\}. \tag{I.48}$$

À la différence de la publication initiale [41], cette base est orthonormée. Elle met en évidence le contenu séquentiel des vecteurs de tension, courant ou flux. Les vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{f}_u^N}$ et $\overrightarrow{\mathbf{f}_{N-u}^N}$ sont conjugués entre eux et engendrent le plan de Fortescue vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{f}_u^N}, \overrightarrow{\mathbf{f}_{N-u}^N}\right)$ associé à la séquence u. La transformation de Fortescue crée $\left\lfloor \frac{N+1}{2} \right\rfloor$ espaces propres définis par :

— une droite propre vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{f}_0^N}\right)$ dite droite homopolaire associée à la séquence 0,

— $\lfloor N/2 \rfloor$ plan propres vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{f}_u^N}, \overrightarrow{\mathbf{f}_{N-u}^N}\right)$ associés à la séquence u,

— une deuxième droite homopolaire vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{f}_{N/2}^N}\right)$, si N est pair, associée à la séquence $N/2$.

Tous ces espaces sont orthogonaux entre eux, une séquence n'influe que sur un seul et unique espace. Par exemple, le vecteur de courant ne comportant que la séquence $u \neq 0$

$$\overrightarrow{i} = \sum_{n=0}^{N-1} I\sqrt{2}\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{N}u \times n\right) \overrightarrow{\mathbf{n}_n^N} \tag{I.49}$$

peut s'exprimer dans les bases de Fortescue comme

$$\overrightarrow{i} = I\sqrt{\frac{N}{2}}\left(\exp(-j\theta)\overrightarrow{\mathbf{f}_u^N} + \exp(j\theta)\overrightarrow{\mathbf{f}_{N-u}^N}\right). \tag{I.50}$$

Seules les composantes u et $N-u$ sont non nulles, ce qui indique que la base de Fortescue met en évidence les séquences d'une grandeur. C'est pour cela que certaines contributions nomment la base de Fortescue comme la base des séquences [42].

Passer de la base naturelle à la base de Fortescue est réalisé en utilisant la matrice de passage

$$\left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{F}^N} = [F_N]\left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{N}^N},\ [F_N] = \left(\frac{\exp\left(j\frac{2\pi u}{N}n\right)}{\sqrt{N}}\right)_{(u,n)\in[\![0,N-1]\!]^2}. \tag{I.51}$$

I.5.2 Base de Clarke

La base de Clarke $\mathbf{C}^N$ est une base réelle dont les propriétés sont similaires à celles de la base de Fortescue $\mathbf{F}^N$. Elle permet de mettre en évidence les composantes séquentielles des vecteurs. Le plan de Fortescue associé à la séquence u est engendré par les vecteurs de Clarke $\overrightarrow{\alpha_u^N}$ et $\overrightarrow{\beta_u^N}$

$$\text{vect}\left(\overrightarrow{\mathbf{f}_u^N}, \overrightarrow{\mathbf{f}_{N-u}^N}\right) = \text{vect}\left(\overrightarrow{\alpha_u^N}, \overrightarrow{\beta_u^N}\right). \tag{I.52}$$

Les vecteurs de Clarke sont liés aux vecteurs de Fortescue par les relations

$$\begin{cases} \forall u \in [\![1, \lfloor N/2 \rfloor]\!], \overrightarrow{\alpha_u^N} & = \dfrac{1}{\sqrt{N}} \left(\overrightarrow{\mathbf{f}_u^N} + \overrightarrow{\mathbf{f}_{N-u}^{N_s}} \right) \\ \forall u \in [\![1, \lfloor N/2 \rfloor]\!], \overrightarrow{\beta_u^N} & = \dfrac{-j}{\sqrt{N}} \left(\overrightarrow{\mathbf{f}_u^N} - \overrightarrow{\mathbf{f}_{N-u}^N} \right) \end{cases} \tag{I.53}$$

ou aux vecteurs de la base naturelle comme

$$\begin{cases} & \overrightarrow{\mathbf{h}_0^N} = \displaystyle\sum_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{2}} \overrightarrow{\mathbf{n}_n^N} \\ \forall u \in [\![1, \lfloor N/2 \rfloor]\!], & \overrightarrow{\alpha_u^N} = \displaystyle\sum_{n=0}^{N-1} \cos\left(\frac{2\pi}{N} u \times n \right) \overrightarrow{\mathbf{n}_n^N} \\ \forall u \in [\![1, \lfloor N/2 \rfloor]\!], & \overrightarrow{\beta_u^N} = \displaystyle\sum_{n=0}^{N-1} \sin\left(\frac{2\pi}{N} u \times n \right) \overrightarrow{\mathbf{n}_n^N} \\ \text{si } N \text{ est pair} & \overrightarrow{\mathbf{h}_{N/2}^N} = \displaystyle\sum_{n=0}^{N-1} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2}} \overrightarrow{\mathbf{n}_n^N} \end{cases} \tag{I.54}$$

Comme la base de Fortescue, la base de Clarke est composée :

— une droite propre vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{h}_0^N}\right)$ dite droite homopolaire associée à la séquence 0,

— $\lfloor N/2 \rfloor$ plan propres vect $\left(\overrightarrow{\alpha_u^N}, \overrightarrow{\beta_u^N}\right)$ associés à la séquence u,

— une deuxième droite homopolaire vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{h}_{N/2}^N}\right)$ si N est pair associée à la séquence $N/2$.

Par exemple, le vecteur de courant de la relation (I.49) s'exprime dans la base de Clarke comme

$$\overrightarrow{i} = I\sqrt{2} \left(\cos(\theta) \overrightarrow{\alpha_u^N} + \sin(\theta) \overrightarrow{\beta_u^N} \right) \tag{I.55}$$

Ici aussi, seul les composantes $\overrightarrow{\alpha_u^N}$ et $\overrightarrow{\beta_u^N}$ associées à la séquence u sont non nulles. Il est remarquable que les composantes de Clarke du vecteur de courant ont les mêmes amplitudes que les composantes naturelles. La base de Clarke n'est donc pas une base orthonormée, elle ne conserve pas le produit scalaire et donc la puissance.

Le passage de la base naturelle $\mathbf{N}^N$ à la base de Clarke $\mathbf{C}^N$ se fait en utilisant la matrice de passage $[C_N]$ définie pour une dimension N impaire par

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{2}} & \dfrac{1}{\sqrt{2}} & \dots & \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\dfrac{2\pi}{N} \times 1 \times 0 \right) & \cos\left(\dfrac{2\pi}{N} \times 1 \times 1 \right) & \dots & \cos\left(\dfrac{2\pi}{N} \times 1 \times (N_s - 1) \right) \\ \sin\left(\dfrac{2\pi}{N} \times 1 \times 0 \right) & \sin\left(\dfrac{2\pi}{N} \times 1 \times 1 \right) & \dots & \sin\left(\dfrac{2\pi}{N} \times 1 \times (N-1) \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos\left(\dfrac{2\pi}{N} \times \dfrac{N-1}{2} \times 0 \right) & \cos\left(\dfrac{2\pi}{N} \times \dfrac{N-1}{2} \times 1 \right) & \dots & \cos\left(\dfrac{2\pi}{N} \times \dfrac{N-1}{2} \times (N-1) \right) \\ \sin\left(\dfrac{2\pi}{N} \times \dfrac{N-1}{2} \times 0 \right) & \sin\left(\dfrac{2\pi}{N} \times \dfrac{N-1}{2} \times 1 \right) & \dots & \sin\left(\dfrac{2\pi}{N} \times \dfrac{N-1}{2} 1 \times (N-1) \right) \end{bmatrix} \tag{I.56}$$

Dans le bas où la dimension N est paire, il convient de rajouter une dernière ligne

$$\begin{bmatrix} & & \ddots & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \cdots & \frac{(-1)^{N-1}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

afin d'ajouter la deuxième composante homopolaire orthogonale à la première.

I.5.3 Machines fictives

L'utilisation des bases de Fortescue et de Clarke introduit 1 ou 2 droites propres et $\lfloor N/2 \rfloor$ plans propres, soit $\left\lfloor \frac{N+1}{2} \right\rfloor$ espaces propres. Chaque espace propre est associé à une machine fictive [43-45]. En notant m l'application linéaire décrivant les effets d'auto-induction des phases statoriques ou rotoriques sur elles-mêmes, [31, 46] montrent que les matrices associées à cette application linéaire exprimées dans les bases de Fortescue ou de Clarke sont des matrices diagonales dont les coefficients sont les inductances cycliques des différents espaces propres

$$\text{mat}\left(\mathsf{m}, \mathbf{F}^N, \mathbf{F}^N\right) = \text{mat}\left(\mathsf{m}, \mathbf{C}^N, \mathbf{C}^N\right) = \text{diag}\left(\mathcal{L}_0, \mathcal{L}_1, \ldots, \mathcal{L}_{N-1}\right). \tag{I.57}$$

Il en va de même pour les effets résistifs, décrits par l'application linéaire r, dont la matrice associée dans les bases de Fortescue ou de Clarke est une matrice diagonale dont les coefficients sont les résistances cycliques des espaces propres

$$\text{mat}\left(\mathsf{r}, \mathbf{F}^N, \mathbf{F}^N\right) = \text{mat}\left(\mathsf{r}, \mathbf{C}^N, \mathbf{C}^N\right) = \text{diag}\left(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \ldots, \mathcal{R}_{N-1}\right). \tag{I.58}$$

La propriété de symétrie (I.34) des harmoniques générés par les séquences u et $N-u$ est illustrée ici par l'égalité des inductances $\mathcal{L}_u$ et $\mathcal{L}_{N-u}$ et des résistances cycliques $\mathcal{R}_u$ et $\mathcal{R}_{N-u}$. Les machines associées aux espaces homopolaires possèdent une inductance cyclique égale à $\mathcal{L}_0$ et $\mathcal{L}_{N/2}$. Les autres machines fictives sont des machines diphasées dont les deux inductances cycliques sont égales et valent $\mathcal{L}_u = \mathcal{L}_{N-u}$. Il en va de même pour les résistances.

Par exemple, une machine 7 phases, représentée par la figure I.20, est composée de deux machines homopolaires d'inductances $\mathcal{L}_0$ et de résistances $\mathcal{R}_0$ et de trois machines diphasées d'inductances $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$ et $\mathcal{L}_3$ et de résistances $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ et $\mathcal{R}_3$ comme présentées par la figure I.21.

Ces espaces propres sont *a priori* totalement découplés car les familles d'harmoniques $\mathcal{F}_u$ sont disjoints. Cependant, le découplage des machines fictives est conditionné aux hypothèses d'un matériau linéaire, d'un entrefer lisse et d'un rotor répliquant uniquement l'harmonique inducteur.

Les limites de ce découplage dû à la déformation rotorique seront étudiées dans le chapitre II et dû à la saturation seront étudiées dans le chapitre III. Le chapitre IV illustrera que le couplage entre machines fictives a un impact sur la commande vectorielle d'une machine.

[46, 47] indiquent que l'inductance cyclique associée à l'espace u est liée aux inductances magnétisantes des différents harmoniques de $\mathcal{F}_u$ par la relation

$$\mathcal{L}_u = \sum_{v \in \mathcal{F}_u} L_{m,v} \tag{I.59}$$

où $L_{m,v}$ est l'inductance magnétisante de l'harmonique v définie par

$$L_{m,v} = N_s \frac{\mu_0}{g_e} 2\pi R_g \ell_z \left(\frac{\alpha_s N_{cd,s}}{N_s}\right)^2 \text{sinc}^2\left(v\frac{\varepsilon_s}{2}\right) \frac{\left|\underline{K_v}\right|^2}{v^2} \tag{I.60}$$

Dans la relation (I.60), g_e est l'entrefer augmenté des coefficients de Carter statorique $K_{c,s}$ et rotorique $K_{c,r}$ définis par

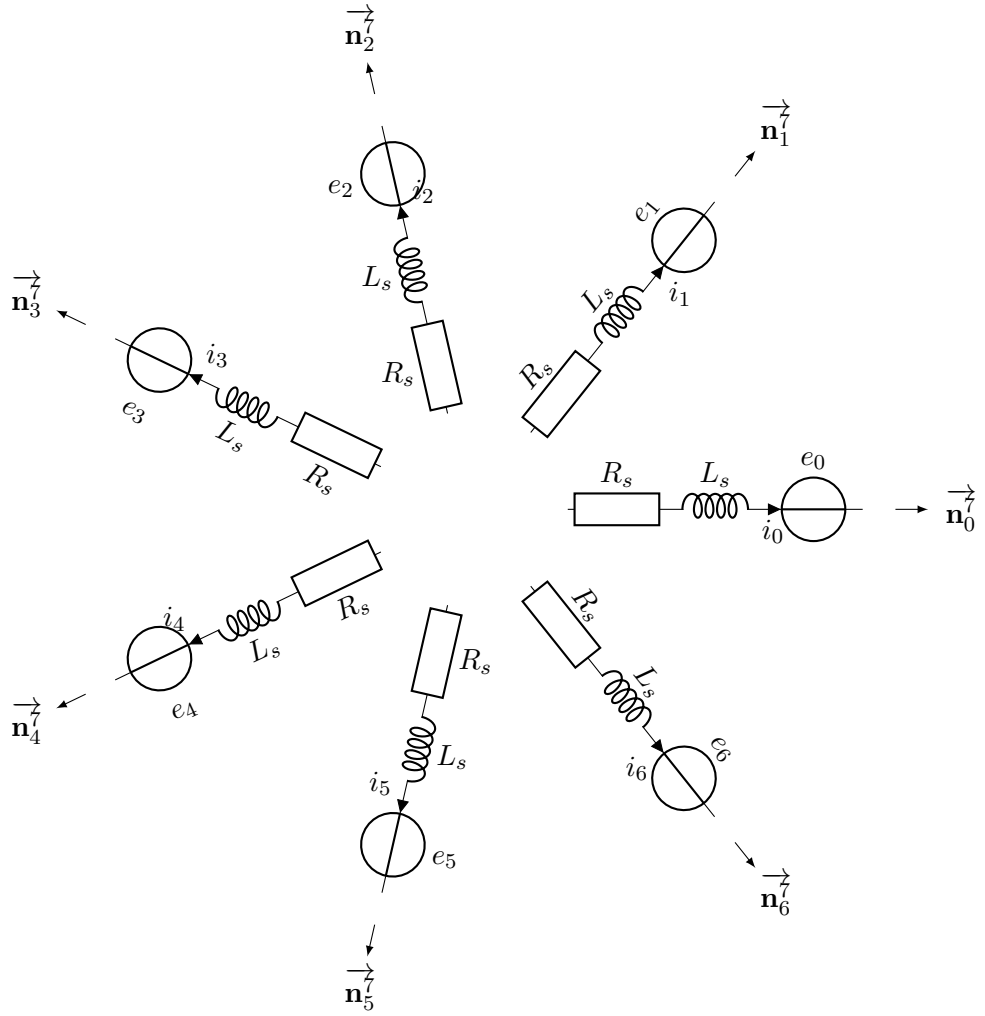


FIGURE I.20 – Phases d'une machine 7 phases selon leurs axes magnétiques naturels

$$K_{c,s} = \frac{\alpha_s D_{i,s}}{\alpha_s D_{i,s} + \dfrac{w_{o,s}^2}{5g_m + w_{o,s}}},\ w_{o,s} = \alpha_s D_{i,s} p_{e,s} p_{o,s} \tag{I.61}$$

$$K_{c,r} = \frac{\alpha_r D_{e,r}}{\alpha_r D_{e,r} + \dfrac{w_{o,r}^2}{5g_m + w_{o,r}}},\ w_{o,r} = \alpha_r D_{e,r} p_{e,r} p_{o,r} \tag{I.62}$$

$$g_e = g_m K_{c,s} K_{c,r}. \tag{I.63}$$

Ces coefficients permettent de considérer l'entrefer comme lisse en l'augmentant virtuellement d'une quantité dépendant des ouvertures d'encoches.

I.5.4 Propriété du bobinage dans les bases de découplage

Les applications de distribution et de fonction de bobinage ont été introduites et étudiées dans les bases naturelles. Les bases de Fortescue et de Clarke permettent d'extraire les propriétés séquentielles. L'application linéaire de distribution de bobinage statorique ou rotorique est notée d et l'application linéaire de fonction de bobinage est notée w.

La matrice de distribution de bobinage statorique ou rotorique exprimée dans les bases de Fortescue est définie par

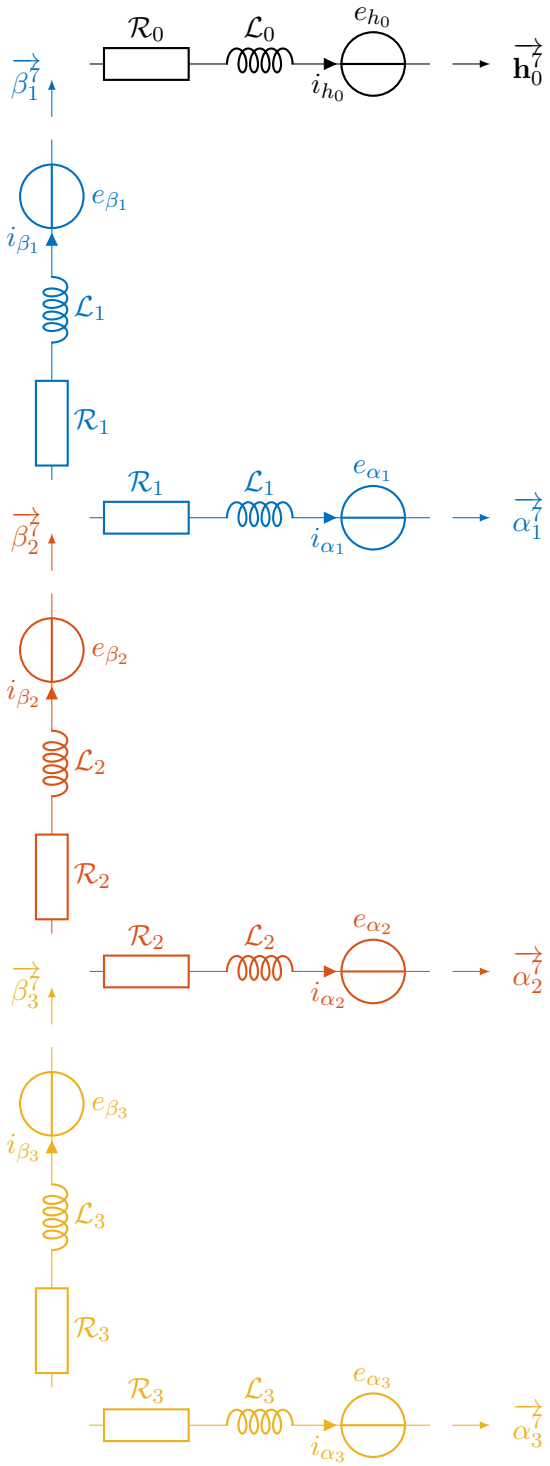


FIGURE I.21 – Machines fictives d'une machine 7 phases selon les axes de Clarke

$$\mathrm{mat}\left(\mathsf{d}, \mathbf{F}^N, \mathbf{F}^Q\right) = [\mathcal{d}] = \left(\mathcal{d}_{u,v}\right)_{(u,v)\in[\![0,N-1]\!]\times[\![0,Q-1]\!]} \tag{I.64}$$

où

$$\mathcal{d}_{u,v} = \begin{cases} \dfrac{Q}{N}\underline{K_v}^* & \text{si } v \in \mathcal{F}_u \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{I.65}$$

Les relations (I.64) et (I.65) montrent qu'alimenter le bobinage avec la séquence u génère une densité de courant contenant uniquement les harmoniques $v \in \mathcal{F}_u$ dont l'amplitude est pondérée par le facteur de bobinage.

Sur le même principe, la matrice $[\mathcal{w}]$ représentant l'application linéaire de fonction de bobinage dans les bases de Fortescue est calculée. Son expression est

$$\mathrm{mat}\left(\mathsf{w}, \mathbf{F}^N, \mathbf{F}^Q\right) = [\mathcal{w}] = \left(\mathcal{w}_{u,v}\right)_{(u,v)\in[\![0,N-1]\!]\times[\![0,Q-1]\!]} \tag{I.66}$$

où

$$\mathcal{w}_{u,v} = \begin{cases} j\sqrt{\dfrac{Q}{N}}\dfrac{\underline{K_v}^* \exp\left(j\dfrac{\pi v}{Q}\right)}{2\sin\left(\dfrac{\pi v}{Q}\right)} & \text{si } v \in \mathcal{F}_u \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{I.67}$$

Identiquement, (I.66) et (I.67) montre que la FMM générée par la séquence u ne contient que les harmoniques de $\mathcal{F}_u$, comme montré par l'expression (I.46) de la FMM.

I.6 Méthodes de prise en compte de la non linéarité du matériau magnétique

Une très grande partie des modèles analytiques de la littérature permettant de prédimensionner des machines reposent sur l'hypothèse que le matériau magnétique soit linéaire [48]. Le modèle circuit équivalent monophasé Γ présenté par la figure I.5, la théorie d'injection d'harmoniques et la décomposition en machine fictive font cette hypothèse. Le cas classique de dimensionnement d'une machine est le fonctionnement avec une seule polarité conduit le concepteur à dimensionner le circuit magnétique de manière à ce qu'il soit en limite de saturation pour cette polarité. Ainsi, le volume de matériau magnétique est utilisé de manière optimale.

Pour la commutation de pôles étudiée ici, un circuit magnétique doit pouvoir être correctement dimensionné pour plusieurs polarités. [49] indique que les polarités faibles conduisent plutôt à une saturation de la culasse alors que les polarités grandes saturent plutôt les dents. Utiliser plusieurs polarités avec le même circuit magnétique oblige le concepteur à dimensionner correctement le fer dans tous les cas d'utilisation. Ainsi, maîtriser l'état magnétique, c'est-à-dire accepter, voire rechercher, la saturation dans certains modes de fonctionnement est une solution au problème de dimensionnement multipolarité.

I.6.1 Augmentation locale de l'entrefer

[50] présente une méthode de prise en compte de la saturation par l'augmentation locale de l'entrefer. En supposant que la saturation écrête le champ magnétique à l'instar de l'injection de l'harmonique 3, l'entrefer n'est plus parfaitement uniforme et la perméabilité de l'entrefer est modélisée par

$$\mathcal{P}_g(\theta) = \frac{\mu_0}{g} = \mu_0\left(k_e + k_m \cos\left(2p\left(\theta - \theta_f\right)\right)\right) \tag{I.68}$$

où k_e et k_m sont des paramètres dépendant de la saturation de la machine [51], θ_f est la position du maximum de champ d'entrefer (figure I.22). Cette méthode permet de rendre des expressions analytiques classiques, telle que (I.60), rapidement dépendantes de l'état magnétique de la machine. Cependant, la détermination de ces paramètres nécessite de connaître l'état magnétique de la machine dans le cas d'un matériau linéaire et saturant.

Néanmoins, cette modélisation est une restriction de la perméance au premier harmonique et ne permet pas d'étudier le couplage des machines fictives entre elles. Pour des machines polyphasées dont le nombre de machines fictives est grand, cette modification de la perméance d'entrefer semble insuffisante.

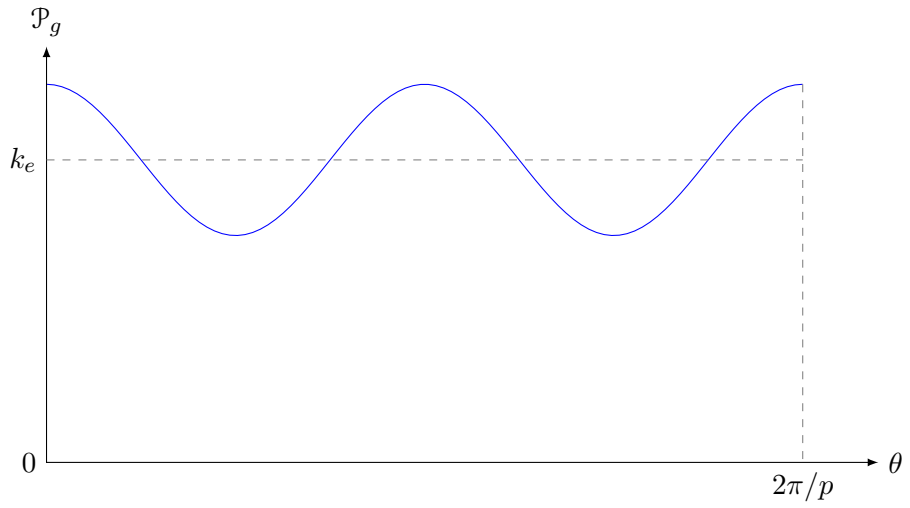


FIGURE I.22 – Variation de la perméabilité en fonction de la position. Le maximum de champ est localisé à $\theta_f = 0$rad

I.6.2 Modèles paramétriques des inductances

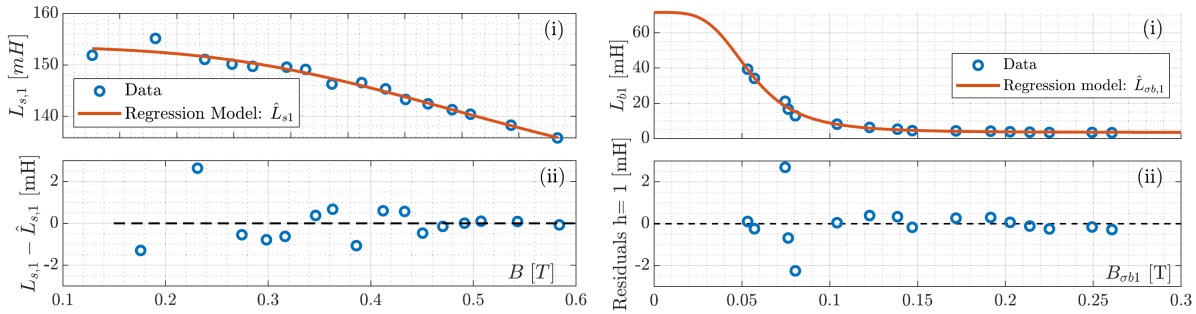
[52] présente un modèle paramétrique d'inductances faisant intervenir les inductances évaluées en régime linéaire, en régime fortement saturé et la valeur maximale du champ d'entrefer. L'inductance magnétisante de l'harmonique v est modélisée par

$$L_{m,v}(B_g) = \frac{L_{m,v,0} - L_{m,v,\infty}}{1 + \left(\frac{\max\left(|B_g|\right)}{c_v}\right)^{r_v}} + L_{m,v,\infty} \tag{I.69}$$

où $L_{m,v,0}$ et $L_{m,v,\infty}$ sont les valeurs des inductances magnétisantes en fonctionnement linéaire et totalement saturé, B_g est le champ d'entrefer et c_v et r_v sont des coefficients réels propres à chaque harmonique v. L'inductance de fuite est modélisée par une expression similaire

$$\mathcal{N}_{r,v}(B_b) = \frac{\mathcal{N}_{r,v,0} - \mathcal{N}_{r,v,\infty}}{1 + \left(\frac{\max\left(|B_b|\right)}{d_v}\right)^{s_v}} + \mathcal{N}_{r,v,\infty} \tag{I.70}$$

où $\mathcal{N}_{r,v,0}$ et $\mathcal{N}_{r,v,\infty}$ sont les valeurs des inductances de fuite en fonctionnement linéaire et totalement saturé, B_b est le champ orthoradial dans les encoches rotoriques et d_v et s_v sont des coefficients réels propres à chaque harmonique v. Les paramètres de ces modèles sont obtenus par interpolation de relevés expérimentaux et estimation des champs, et permettent de raffiner le modèle Γ, comme présenté par les figures I.23a et I.23b.



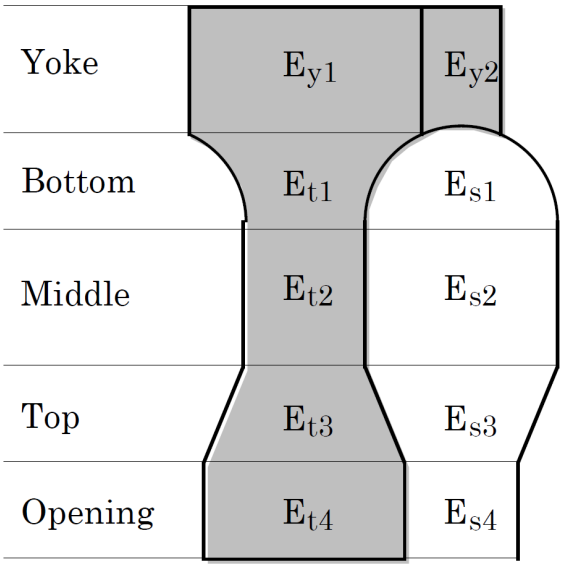
(a) Interpolation de l'inductance magnétisante

(b) Interpolation de l'indutance de fuite

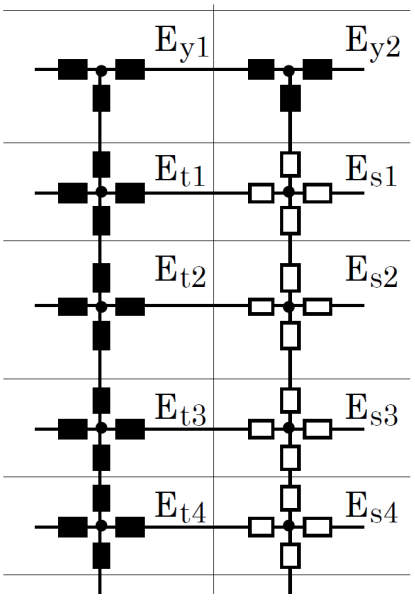
FIGURE I.23 – Modélisation présentée dans [52] pour le plan 1, avec $(L_{m,1,0}, L_{m,1,\infty}, c_1, r_1) = (153.5\text{mH}, 120.5\text{mH}, 0.563\text{Wb}, 3.9)$ et $(\mathcal{N}_{r,1,0}, \mathcal{N}_{r,1,\infty}, d_1, s_1) = (71.6\text{mH}, 3.4\text{mH}, 0.0546\text{T}, 4.1)$

I.6.3 Modèle par réseau de réluctances

[53, 54] étudient les machines synchrones et asynchrones en décomposant le circuit magnétique en petites zones de perméabilités constantes reliées sont les extrémités sont des nœuds reliés à une ou des zones adjacentes. Ces modèles ressemblent sensiblement à un modèle élements-finis dans la mesure où le domaine d'étude est décomposé en sous domaines, liés entre eux par des conditions limites. Comme montré par la figure I.24, chaque zone accueille jusqu'à quatre réluctances, une ou deux sont radiales et deux sont orthoradiales, permettant de représenter la direction locale du champ dans le plan. Aussi, le champ peut fuiter du fer vers l'air avec les liens entre les zones $E_{t,i}$ et $E_{s,i}$ ou $E_{y,2}$ et $E_{s,1}$.



(a) Décomposition du domaine proche des encoches statoriques



(b) Réseau de réluctance correspondant à la décomposition, en noir pour le fer et en blanc pour l'air

FIGURE I.24 – Décomposition du domaine statorique proposée par [54] (Fig. 8)

Contrairement aux modèles éléments finis, les réseaux de réluctances contiennent moins de nœuds et sont donc plus légers à résoudre. Ces réluctances sont calculées en utilisant les données géométriques de la machine et les perméabilités d'un matériau magnétique linéaire ou non. Les termes sources sont donnés par les courants circulant dans les conducteurs statoriques, les conducteurs rotoriques ou les aimants le cas échéant. Les conditions limites sur le champ

magnétique sont directement comprises dans la topologie du réseau. Les réseaux de réluctances maillent les circuits magnétiques statorique et rotorique ainsi que l'entrefer. Étant une zone de faible perméabilité, l'air contient la majorité de l'énergie magnétique d'une machine. Son maillage doit donc permettre de faire correctement le lien entre le stator et le rotor, tout en étant mobile car il dépend de la position du rotor. Le couple créé peut être évalué par variation de l'énergie magnétique stockée par la machine en fonction de la position. Ce calcul est compliqué pour une machine asynchrone car les courants rotoriques sont induits et doivent être calculés par une résolution magnétodynamique.

I.7 Positionnement

Cette thèse étudie trois verrous scientifiques peu étudiés dans la littérature des machines asynchrones polyphasées et plus particulièrement pour la commutation électronique de pôles. En effet, l'objectif d'utiliser plusieurs polarités avec une même machine fait apparaitre un certain nombre de problématiques nouvelles. A la vue de l'état de l'art présenté précédemment, la recherche sur les machines asynchrones polyphasées à commutation électronique de pôles est localisée

- en Suède à *KTH* (*Kungliga Tekniska hôgskolan*) avec Peretti, Wu et Olson,
- en Allemagne avec l'Université de la Bundeswehr à Munich et l'application industrielle *ISCAD* de Gerling,
- au Etats-Unis à l'Université de l'Illinois à Urbana-Champain avec Libbos, Kraus et Klein
- en France avec le Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance (*L2EP*) de Lille et l'Institut de Recherche et d'Etudes navales (*IRENav*).

I.7.1 Verrou n° 1 : prédiction des performances statiques et transitoires

Le premier verrou est la prédiction des performances statiques et transitoires des machines asynchrones. Le chapitre II présente deux modèles circuits linéaires, l'un décrivant le comportement temporel et l'autre le comportement statique. Un accent sera mis sur la prise en compte des harmoniques d'espaces des différentes séquences disponibles pour la machine étudiée [55]. Le premier modèle est un modèle connu de la littérature [30, 31, 46, 56, 57] et est principalement utilisé pour étudier le comportement transitoire lors de l'alimentation avec la séquence fondamentale d'une machine triphasée. Sa formalisation présentée ici est générale et utilise la description originale du bobinage par matrices de distribution et de fonction de bobinage présentée précédemment. L'étude harmonique de ce modèle renseigne sur la répartition séquentielle des harmoniques d'espace et leurs interactions avec une formalisation générale, compacte et inédite raffinant celle présentée par [58]. Le deuxième modèle est un modèle similaire au modèle Γ présenté précédemment mais prenant en compte les harmoniques d'espaces [13, 59, 60] générés par la séquence d'alimentation. Il développe une expression finie des inductances cycliques différente de l'expression infinie présentée précédemment. Basé sur ces expressions, un modèle circuit équivalent est créé, rappelant ceux présents dans la littérature, mais dont les paramètres sont explicitement définis pour chaque harmonique de chaque séquence.

I.7.2 Verrou n° 2 : prédiction de la saturation magnétique

Le deuxième verrou est la prédiction de la saturation à faible coût calculatoire. Des méthodes d'interpolation permettent d'obtenir des expressions analytiques pour les inductances modélisant la machine [52], par augmentation locale de l'entrefer [50] ou par un réseau de réluctance [54]. Dans l'objectif de développer un modèle compact et rapide à résoudre permettant de restituer la saturation pour n'importe quelle topologie de machine et pouvoir prédimensionner des circuits magnétiques, le chapitre III présente un réseau de réluctances non linéaires. Le réseau présenté ici n'étudie que les lignes de champ principales, ce qui réduit considérablement le nombre de

réluctances par rapport aux modèles existants. Cela permet de diminuer considérablement le temps de calcul nécessaire à l'obtention des cartes de champ de la machine. Il peut être utilisé pour modéliser n'importe quelle distribution de bobinage réparti dans des encoches sectorielles comme définies par la figure I.2. L'étude des flux permet de prédire la décroissance des inductances magnétisantes par rapport au courant. Les résultats du réseau sont comparés aux résultats obtenus par des simulations éléments finis équivalentes.

I.7.3 Verrou n° 3 : utilisation correcte des séquences

Le troisième verrou est la commande d'une machine asynchrone permettant de la piloter peu importe la séquence demandée. Le modèle utilisé pour cette thèse et présenté dans le chapitre IV est un modèle de commande par contrôle indirect de l'orientation du flux rotorique [18, 20-23]. Il prédit la position du champ rotorique par la mesure des courants statoriques et de la vitesse de rotation. Ce modèle est bien étudié dans la littérature pour la commande de machines triphasées. [61] ont implémenté la commande à flux orienté sur les machines asynchrones polyphasés mais n'utilisent qu'une seule polarité et donc un seul plan de Clarke pour le pilotage. Les autres plans peuvent servir à faire de l'injection d'harmonique [62], peuvent permettre d'estimer la position du rotor et donc s'affranchir du capteur de vitesse où sont laissés libres de tout asservissement [61, 63]. En résumé, ces modèles ne permettent pas de faire de la commutation de pôles. Le modèle développé ici est adapté pour permettre de piloter n'importe quelle séquence en vitesse pour n'importe quel couple appliqué sur l'arbre. Ce modèle est utilisé pour commander la machine asynchrone 9 phases de l'*IRENav* et des essais et acquisitions sont réalisés pour tracer les cartes de rendement des quatre séquences. Ces cartes de rendements peuvent servir de base pour choisir la meilleure séquence à utiliser pour faire fonctionner la machine sous une charge mécanique donnée.

I.8 Matériels et méthodes

Pour illustrer cette thèse par des exemples concrets, quatre machines seront considérées, dont les paramètres géométriques sont détaillés dans le tableau I.3.

La première est la machine 9 phases à bobinage non diamétral de l'*IRENav*, dont le bobinage $(N_s, Q_s, p, s_{pp}, k_r) = (9, 36, 1, 2, 6)$ a déjà été introduit par la distribution (I.17) et nommé $9 - ND$. Cette machine est une machine commerciale triphasée à 3 paires de pôles rebobinée par le service de soutien de la flotte de la Marine Nationale pour donner une machine 9 phases à 1 paire de pôles. Le bobinage statorique n'est pas diamétral et génère un grand nombre d'harmoniques. Le rotor à cage est composé de 33 barres (figure I.25a). Un prototype, présenté par la figure I.25 est localisé dans le laboratoire d'électrotechnique de l'*IRENav* et est entouré d'un banc d'essais « convertisseur - machine de charge » qui sera présenté précisément par la suite.

Le deuxième machine est une machine 9 phases à 1 paire de pôles similaire à la machine $9 - ND$ mais dont bobinage $(N_s, Q_s, p, s_{pp}, k_r) = (9, 36, 1, 2, 0)$ est un bobinage diamétral introduit précédemment et nommé $9 - D$. Il génère moins d'harmoniques. Le rotor à cage est composé de 33 barres (figure I.25b).

La troisième machine est une machine 5 phases à 2 paires de pôles à bobinage diamétral $(N_s, Q_s, p, s_{pp}, k_r) = (5, 20, 2, 1, 0)$. Le rotor à cage est composé de 31 barres (figure I.25c). Elle est nommée machine $5 - 31$.

La quatrième machine est une machine 5 phases à 2 paires de pôles à bobinage diamétral $(N_s, Q_s, p, s_{pp}, k_r) = (5, 20, 2, 1, 0)$ identique au stator de la machine $5 - 31$. Le rotor à cage est composé de 32 barres (figure I.25d). Elle est nommée machine $5 - 32$

Ces quatre topologies serviront d'outils de validation des modèles développés tout au long de la thèse. La comparaison des performances des bobinages $9 - ND$ et $9 - D$ renseignera sur l'influence qu'à le bobinage statorique tandis que la comparaison entre les bobinages $5 - 31$ et

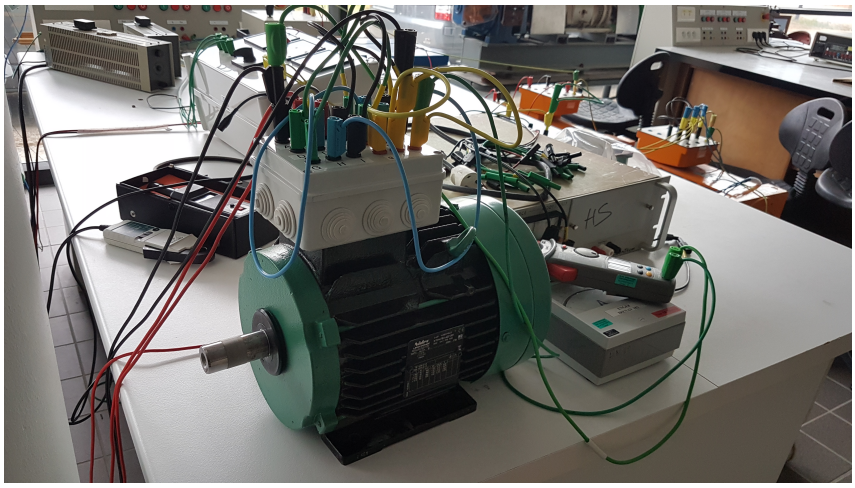
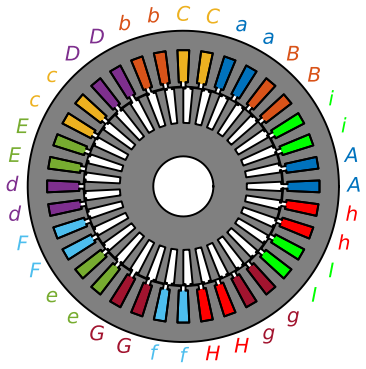
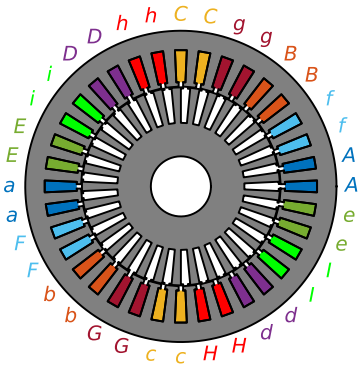


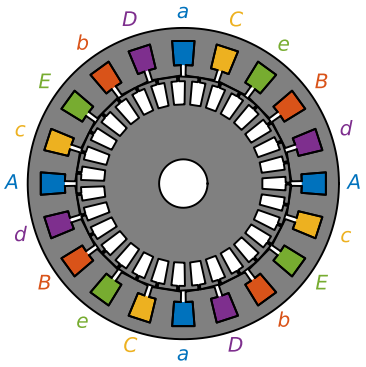
FIGURE I.25 – Prototype 9 phases de l'*IRENav* dont le stator est bobiné selon le bobinage $9-ND$ et le bobinage rotorique est une cage de 31 barres (tension nominale : 77V, courant nominal : 3.65A)



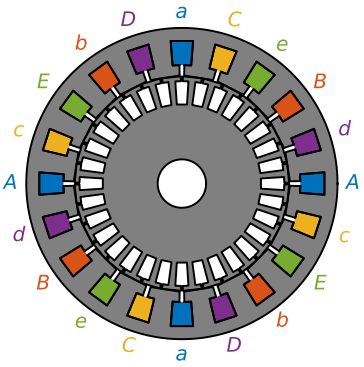
(a) Bobinage $9-ND$



(b) Bobinage $9-D$



(c) Bobinage $5-31$



(d) Bobinage $5-32$

FIGURE I.26 – Différents bobinages utilisés

$5-32$ illustrera l'influence du nombre de barres rotoriques.

Les modèles analytiques développés seront testés par des codes de calculs *Python* ou *Matlab*. Aussi, des modèles de commandes sont testés sur *Matlab-Simulink* avant d'être implémenté sur un banc d'essais du prototype 9 phases et permettre de réaliser des essais de pilotages de la machine $9-ND$ de l'*IRENav*. Un certain nombre de simulations éléments-finis seront réalisées. En fonction des besoins, ces simulations seront faites avec les logiciels *Finite Element Magnetic Methods* (*FEMM*) pour les cas magnétostatiques et *Ansys-Electronics* pour les cas magnétodynamiques. Tous ces logiciels et matériels expérimentaux sont localisés sur le site de l'*IRENav*, où l'intégralité de ces travaux de thèse ont été réalisés.

TABLE I.3 – Grandeurs géométriques des différentes machines

Grandeur	$9-ND$ / $9-D$	$5-31$ / $5-32$
N_s	9	5
Q_s	36	20
$D_{i,s}$[mm]	93	125
$D_{e,s}$[mm]	145	180
ℓ_z[mm]	120	120
$p_{e,s}$	0.5	0.5
$h_{e,s}$[mm]	15	14.2
$p_{o,s}$	0.5	0.5
$h_{o,s}$[mm]	2	6
p	1	2
s_{pp}	2	1
$N_{cd,s}$	50	18
$\rho_s[\Omega\,\mathrm{m}]$	1.725×10^{-8}	1.725×10^{-8}
N_r	33	31/32
Q_r	33	31/32
$D_{i,r}$[mm]	28	28
$D_{e,r}$[mm]	92.4	124
ℓ_z[mm]	120	120
$p_{e,r}$	0.5	0.5
$h_{e,r}$[mm]	16	13.4
$p_{o,r}$	0.5	0.5
$h_{o,r}$[mm]	0.6	2.8
e_a[mm]	1	1
$\rho_r[\Omega\,\mathrm{m}]$	2.17×10^{-8}	2.17×10^{-8}
$J[\mathrm{kg\,m^2}]$	0.0203	0.05

Chapitre II

Modèles circuits linéaires

II.1 Approche temporelle : modèle des circuits couplés 44
II.1.1 Expression dans les bases naturelles 44
II.1.2 Expression dans les bases de Fortescue 55
II.1.3 Modélisation générale des application linéaires 64
II.2 Approche fréquentielle : modèle circuit équivalent 67
II.2.1 Équation de tension statorique 68
II.2.2 Équation de tension rotorique 70
II.2.3 Création du modèle circuit équivalent 70
II.2.4 Équations équivalentes et circuit équivalent 72
II.2.5 Analyse et résolution du modèle fréquentiel 73
II.2.6 Résumé de l'étude du modèle fréquentiel 76
II.3 Conclusion 78

Un modèle circuit linéaire d'une machine asynchrone est une représentation du comportement électro-magnétique des différentes phases statoriques et rotoriques de cette machine. Cette modélisation s'appuie sur des lois linéaires, telles que la loi des nœuds, des mailles, d'Ohm ou de Lenz. Elle permet de décrire simplement l'évolution de grandeurs dimensionnantes de la machine et de prédire les performances électriques et mécaniques. Bien connue pour les machines triphasées ou polyphasées fonctionnant à leur séquence fondamentale, il est nécessaire d'étayer cette modélisation pour restituer les effets des harmoniques spatiaux. Ces harmoniques sont cruciaux pour la commutation de pôles.

Ce chapitre s'attèle à établir, de la manière la plus générale possible, deux modèles circuits linéaires. La première section décrit un modèle temporel, sous les hypothèses de linéarité, d'entrefer lisse et de champ radial, décrivant le comportement transitoire d'une machine asynchrone. Ce modèle estime les grandeurs électriques et mécaniques lors des régimes transitoire et établi. L'utilisation des bases de séquentielles renseigne sur le comportement séquentiel et harmonique de la machine. En particulier, le couplage des séquences entre elles sera mis en évidence lors d'un fonctionnement linéaire. La deuxième section étudie le même modèle en ajoutant les hypothèses d'alimentation sinusoïdale et de régime permanent. Un modèle circuit équivalent est obtenu, permettant de calculer instantanément les caractéristiques couple-glissement et courant-glissement et l'influence des harmoniques sur celles-ci.

Ces deux modélisations donnent accès à des grandeurs de dimensionnement des machines qu'il convient de prendre en compte pour la commutation de pôles. Comme chaque séquence d'alimentation génère une polarité différente, une machine asynchrone voit son comportement

changer. Les modèles se doivent de retranscrire le plus fidèlement possible ces modifications de comportement.

II.1 Approche temporelle : modèle des circuits couplés

Soit une machine asynchrone constituée d'un stator composé de N_s phases réparties dans Q_s encoches dont la distribution de bobinage est décrite par l'application linéaire d_s et d'un rotor court-circuité composé de N_r phases réparties dans Q_r encoches dont la distribution de bobinage est décrite par l'application linéaire d_r. Dans un cas très général, la tension d'une phase statorique ou rotorique est la somme d'une tension ohmique et d'une force-électromotrice. Les $N_s + N_r$ équations de tensions de phases peuvent être mises sous la forme vectorielle suivante

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_s} = \mathsf{r_s}\left(\overrightarrow{i_s}\right) + \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\Phi_s}}{\mathrm{d}t} \\ \overrightarrow{v_r} = \mathsf{r_r}\left(\overrightarrow{i_r}\right) + \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\Phi_r}}{\mathrm{d}t} \\ \overrightarrow{\Phi_s} = \mathsf{m_{ss}}\left(\overrightarrow{i_s}\right) + \mathsf{m_{sr}}\left(\overrightarrow{i_r}\right) \\ \overrightarrow{\Phi_r} = \mathsf{m_{rr}}\left(\overrightarrow{i_r}\right) + \mathsf{m_{rs}}\left(\overrightarrow{i_s}\right) \end{cases} \tag{II.1}$$

où $\overrightarrow{v_s}$ est le vecteur des tensions simples statoriques, $\overrightarrow{i_s}$ est le vecteur des courants des phases statoriques, $\overrightarrow{\Phi_s}$ est le vecteur des flux de phases statoriques, $\overrightarrow{v_r}$ est le vecteur des tensions simples rotorique égal au vecteur nul, $\overrightarrow{i_r}$ est le vecteur des courants des phases rotoriques et $\overrightarrow{\Phi_r}$ est le vecteur des flux de phases rotoriques. Pour faire le lien entre ces différentes grandeurs, le système vectoriel fait apparaître les six applications linéaires suivantes

- $\mathsf{r}_s : \mathcal{E}^{N_s} \longrightarrow \mathcal{E}^{N_s}, \overrightarrow{i_s} \mapsto \overrightarrow{u_s}$ donnant les tensions ohmiques statoriques à partir des courants statoriques,
- $\mathsf{m}_{ss} : \mathcal{E}^{N_s} \longrightarrow \mathcal{E}^{N_s}, \overrightarrow{i_s} \mapsto \overrightarrow{\Phi_{ss}}$ donnant les flux captés par le stator dus aux courants statoriques,
- $\mathsf{m}_{sr} : \mathcal{E}^{N_r} \longrightarrow \mathcal{E}^{N_s}, \overrightarrow{i_r} \mapsto \overrightarrow{\Phi_{sr}}$ donnant les flux captés par le stator dus aux courants rotoriques,
- $\mathsf{r}_r : \mathcal{E}^{N_r} \longrightarrow \mathcal{E}^{N_r}, \overrightarrow{i_r} \mapsto \overrightarrow{u_r}$ donnant les tensions ohmiques rotoriques à partir des courants rotoriques,
- $\mathsf{m}_{rr} : \mathcal{E}^{N_r} \longrightarrow \mathcal{E}^{N_r}, \overrightarrow{i_r} \mapsto \overrightarrow{\Phi_{rr}}$ donnant les flux captés par le rotor dus aux courants rotoriques,
- $\mathsf{m}_{rs} : \mathcal{E}^{N_s} \longrightarrow \mathcal{E}^{N_r}, \overrightarrow{i_s} \mapsto \overrightarrow{\Phi_{rs}}$ donnant les flux captés par le rotor dus aux courants statoriques.

Étudier le système (II.1) requière d'écrire les équations dans une base particulière. Deux bases sont étudiées : la base naturelle et la base de découplage de Fortescue, introduites dans le chapitre I.

II.1.1 Expression dans les bases naturelles

La phase $n_s \in [\![0, N_s - 1]\!]$ statorique est soumise à une tension simple v_{s,n_s}, est parcourue par un courant i_{s,n_s} et voit un flux total Φ_{s,n_s}. La phase rotorique $n_r \in [\![0, N_r - 1]\!]$ est soumise à une tension simple $v_{r,n_r} = 0$, est parcourue par un courant i_{r,n_r} et voit un flux total Φ_{r,n_r}. Les vecteurs de tensions, courants et flux du système (II.1) sont définis dans les bases naturelles $\mathbf{N}^{N_s}$ et $\mathbf{N}^{N_r}$ par [30]

$$\overrightarrow{v_s} = \sum_{n_s=0}^{N_s-1} v_{s,n_s} \overrightarrow{\mathbf{n}_{n_s}^{N_s}} \tag{II.2a}$$

$$\overrightarrow{i_s} = \sum_{n_s=0}^{N_s-1} i_{s,n_s} \overrightarrow{\mathbf{n}_{n_s}^{N_s}} \tag{II.2b}$$

$$\overrightarrow{\Phi_s} = \sum_{n_s=0}^{N_s-1} \Phi_{s,n_s} \overrightarrow{\mathbf{n}_{n_s}^{N_s}} \tag{II.2c}$$

$$\overrightarrow{v_r} = \sum_{n_r=0}^{N_r-1} v_{r,n_r} \overrightarrow{\mathbf{n}_{n_r}^{N_r}} \tag{II.2d}$$

$$\overrightarrow{i_r} = \sum_{n_r=0}^{N_r-1} i_{r,n_r} \overrightarrow{\mathbf{n}_{n_r}^{N_r}} \tag{II.2e}$$

$$\overrightarrow{\Phi_r} = \sum_{n_r=0}^{N_r-1} \Phi_{r,n_r} \overrightarrow{\mathbf{n}_{n_r}^{N_r}}. \tag{II.2f}$$

Les applications linéaires du système (II.1) peuvent être représentées dans les bases naturelles par des matrices dont les expressions dépendent du bobinage.

Matrice d'inductances statoriques

Le flux capté par une phase statorique peut être décomposé en un flux magnétisant, un flux de fuite dû aux conducteurs dans les encoches et un flux de fuite dû aux conducteurs des têtes de bobines. L'intégration présente dans (I.28) peut être discrétisée et se calculer en utilisant la matrice de fonction de bobinage statorique. Le flux de fuite dû aux conducteurs dans les encoches est calculé par la matrice de distribution de bobinage. Ainsi, [29] montre que la matrice $[M_{ss}]$ associée m_{ss} dans la base naturelle peut être exprimée à l'aide des matrices $[d_s]$ et $[w_s]$ comme

$$\mathrm{mat}\left(\mathsf{m}_{ss}, \mathbf{N}^{N_s}, \mathbf{N}^{N_s}\right) = [M_{ss}] = \frac{\mu_0}{g_e} \frac{2\pi R_g \ell_z}{Q_s} N_{cd,s}^2 \left[w_s\right]\left[w_s\right]^T + \ell_{ss} N_{cd,s}^2 \left[d_s\right]\left[d_s\right]^T + \left[L_{tb,s}\right] \tag{II.3}$$

où $[L_{tb,s}]$ est la matrice des inductances des têtes de bobines, généralement inconnue mais négligeable, si la longueur axiale ℓ_z est grande, devant le premier membre représentant la composante magnétisante et devant le second membre représentant les inductances propres des conducteurs. L'inductance mutuelle de deux conducteurs ℓ_{ss} est une inductance de couplage par le fer [64] et est définie par

$$\ell_{ss} = \mu_0 \ell_z \left(\frac{h_{e,s}}{3\left(\frac{D_{i,s}}{2} + h_{o,s} + h_{e,s}\right)\delta_s} + \frac{h_{o,s}}{\frac{D_{i,s}}{2}\varepsilon_s} \right). \tag{II.4}$$

Le coefficient de $[M_{ss}]$ placé à la position (n_1, n_2) représente l'inductance mutuelle entre les phases statorique n_1 et n_2 si n_1 est différent de n_2 et l'auto-inductance de la phase n_1 si n_1 et n_2 sont égaux. Par symétrie des inductances mutuelles, la matrice des inductances statoriques est une matrice symétrique de la forme

$$[M_{ss}] = \begin{bmatrix} L_s + \ell_{ss} & M_{s,01} & M_{s,02} & \dots & M_{s,0N_s-1} \\ M_{s,01} & L_s + \ell_{ss} & M_{s,12} & \dots & M_{s,1N_s-1} \\ M_{s,02} & M_{s,12} & L_s + \ell_{ss} & \vdots & M_{s,2N_s-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{s,0N_s-1} & M_{s,1N_s-1} & M_{s,2N_s-1} & \dots & L_s + \ell_{ss} \end{bmatrix}. \tag{II.5}$$

Matrice d'inductances rotoriques

La relation (II.3) peut être généralisée à n'importe quel bobinage dont la distribution est connue, en particulier le bobinage rotorique, qu'il soit à cage ou non. Ainsi, l'application m_{rr} est représentée par la matrice

$$\text{mat}\left(\mathsf{m}_{rr}, \mathbf{N}^{N_r}, \mathbf{N}^{N_r}\right) = [M_{rr}] = \frac{\mu_0}{g_e}\frac{2\pi R_g \ell_z}{Q_r} N_{cd,r}^2 \left[w_r\right]\left[w_r\right]^T + \ell_{rr} N_{cd,r}^2 \left[d_r\right]\left[d_r\right]^T + \left[L_{tb,r}\right] \tag{II.6}$$

Dans (II.6), ℓ_{rr} est l'inductance d'un conducteur déterminée, comme l'inductance des conducteurs statoriques dans (II.4), par

$$\ell_{rr} = \mu_0 \ell_z \left(\frac{h_{e,r}}{3\left(\frac{D_{e,r}}{2} - h_{o,r} - h_{e,r}\right)\delta_r} + \frac{h_{o,r}}{\frac{D_{e,r}}{2}\varepsilon_r} \right). \tag{II.7}$$

Dans le cas d'une cage, le calcul du terme de magnétisation fait apparaître les inductances propres L_r et mutuelles M_r des phases rotoriques. Ces coefficients vérifient les relations explicitées dans [30]

$$L_r = \frac{Q_r - 1}{Q_r}\frac{\mu_0}{ge}\frac{2\pi R_g \ell_z}{4Q_r} \tag{II.8}$$

$$M_r = -\frac{1}{Q_r}\frac{\mu_0}{ge}\frac{2\pi R_g \ell_z}{4Q_r}. \tag{II.9}$$

mais sont calculées ici pour un conducteur par encoche. Les encoches rotoriques sont occupées par une barre et celles-ci sont court-circuitées par deux anneaux conducteurs. L'inductance d'une barre est définie comme $L_b = \ell_{rr}$ et celle d'une portion d'anneau de court-circuit est définie comme

$$L_e = \mu_0 \frac{\pi D_{e,r}}{4Q_r} \times \frac{2,3 D_{e,r}}{4Q_r \ell_z \sin^2\left(p\frac{\pi}{Q_r}\right)} \ln\left(\frac{4,7 D_{e,r}}{\frac{A_e}{h_{e,r}} + 2h_{e,r}}\right) \tag{II.10}$$

Dans l'expression précédente, A_e est l'aire d'une section transversale d'anneau de court-circuit. L'expression précédente est celle de [37] divisée par $4 = 2^2$, comme l'ont été les expressions (II.8) et (II.9) car un seul conducteur est considéré ici au lieu de 2 dans [37]. Finalement, (II.6) peut être retravaillée pour donner

$$[M_{rr}] = \begin{bmatrix} L_r + 2(L_b + L_e) & M_r - L_b & M_r & \dots & M_r & M_r - L_b \\ M_r - L_b & L_r + 2(L_b + L_e) & M_r - L_b & \ddots & M_r & M_r \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ M_r - L_b & M_r & \dots & M_r & M_r - L_b & L_r + 2(L_b + L_e) \end{bmatrix}, \tag{II.11}$$

expression déjà connue et présentée dans [16, 31, 46].

Matrice de résistances statoriques

Comme les phases sont isolées entre elles, la matrice de résistance statorique $[R_s]$ associée à r_s est simplement une matrice diagonale sont le $n^{\text{ème}}$ terme est la résistance de la phase n. Si les phases sont identiques, la matrice $[R_s]$ est définie par

$$[R_s] = R_s\,[I_{N_s}] \tag{II.12}$$

où R_s est la résistance des phases statoriques et $[I_{N_s}]$ est la matrice identité de taille N_s.

Matrices de résistances rotoriques

Pour un rotor bobiné ou à cage, les encoches sont parcourues par un certain nombre de conducteurs reliés entre eux pour court-circuter les phases rotoriques. Dans le cas d'une cage, les encoches sont parcourues par une barre. Celles-ci sont reliées par deux anneaux de court-circuit. Les phases rotoriques sont donc composées de deux demi barres adjacentes et des deux portions d'anneau les reliant. Écrire la loi d'Ohm dans une phase rotorique fait apparaître la matrice des résistances rotoriques $[R_r]$, de format $N_r \times N_r$, définie par

$$[R_r] = \begin{bmatrix} 2(R_b+R_e) & -R_b & 0 & \dots & -R_b \\ -R_b & 2(R_b+R_e) & -R_b & \dots & 0 \\ 0 & -R_b & 2(R_b+R_e) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -R_b & 0 & \dots & -R_b & 2(R_b+R_e) \end{bmatrix} \tag{II.13}$$

Dans la relation précédente, R_b est la résistance d'une barre et R_e est la résistance d'une portion d'anneau reliant deux barres adjacentes telles que

$$R_b = \frac{\rho_b \ell_b}{A_b} \tag{II.14}$$

$$R_e = \frac{\rho_e \dfrac{\pi\,(D_{e,r} - h_{e,r})}{Q_r}}{A_e} \tag{II.15}$$

Matrices de couplage stator/rotor

Le couplage magnétique entre le stator et le rotor est représenté par les applications m_{sr} et m_{rs}, dépendant de la position θ_m du rotor. Pour un matériau linéaire, la matrice associée est classiquement décomposée en une somme infinie de matrices représentant la contribution de chaque harmonique spatial au couplage entre le stator et le rotor [30, 31], donnant

$$\text{mat}\left(\mathsf{m}_{sr}, \mathbf{N}^{N_s}, \mathbf{N}^{N_r}\right) = [M_{sr}] = \sum_{v\in\mathbb{N}^*} [M_{sr,v}] \tag{II.16}$$

Le coefficient M_{n_s,n_r} de la matrice $[M_{sr}]$ positionné à la place $(n_s, n_r) \in [\![0, N_s-1]\!]\times[\![0, N_r-1]\!]$ est l'inductance mutuelle entre les phases statorique n_s et rotorique n_r et est défini par (I.28). La superposition des harmoniques décompose l'inductance mutuelle entre les phases n_s et n_r comme une somme d'inductances harmoniques et permet d'écrire

$$M_{n_s,n_r} = \frac{\mu_0}{g_e} R_g \ell_z N_{cd,s} N_{cd,r} \int_0^{2\pi} w_{s,n_s}(\theta) w_{r,n_r}(\theta-\theta_m)\mathrm{d}\theta = \sum_{v\in\mathbb{N}^*} M_{n_s,n_r,v} \tag{II.17}$$

Une expression similaire à (II.3) et (II.6) utilisant les matrices de fonctions de bobinage statoriques et rotorique n'existe pas car les matrices ne sont pas forcément de même format. Calculer (II.17) nécessite de développer les fonctions de bobinages en série de Fourier. Comme

évoqué dans le chapitre I, les fonctions de bobinage sont liées à la distribution de bobinage, elles-mêmes liées aux facteurs de bobinage. Ainsi, l'inductance mutuelle due à l'harmonique v vaut

$$M_{n_s,n_r,v} = 2\left|\underline{m_{sr,v}}\right| \cos\left(v\theta_m - \frac{2\pi i_{c,s}}{Q_s} v n_s + \frac{2\pi i_{c,r}}{Q_r} v n_r + \arg\left(\underline{m_{sr,v}}\right)\right) \tag{II.18}$$

où $\underline{m_{sr,v}}$ est le coefficient d'inductances entre la phase statorique indexée 0 et la phase rotorique indéxée 0 quand le rotor est à la position $\theta_m = 0$rad défini par

$$\underline{m_{sr,v}} = \frac{\mu_0}{g_e} 2\pi R_g \ell_z \left(\frac{N_{cd,s}}{N_s \alpha_s}\right)\left(\frac{N_{cd,r}}{N_r \alpha_r}\right) \operatorname{sinc}\left(v\frac{\varepsilon_s}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(v\frac{\varepsilon_r}{2}\right) \frac{\overline{\overline{K_{s,v}}}}{v} \frac{\overline{\overline{K_{r,v}}}}{v}. \tag{II.19}$$

Pour des bobinages statorique et rotorique à nombre entier d'encoche par pôle et par phase ($2s_{pp} \in \mathbb{N}$), les harmoniques d'espace v sont des multiples du nombre de paires de pôles p, comme présenté par la relation (I.35), tels que $v = ph$ avec h l'harmonique électrique associé. Dans ce cas, et si le bobinage rotorique est d'indice de circularité $i_{c,r} = 1$ comme pour une cage, (II.18) peut se mettre sous la forme

$$M_{sr,v,n_s,n_r} = 2\left|\underline{m_{sr,v}}\right| \cos\left(v\theta_m - \frac{2\pi}{N_s} h n_s + \frac{2\pi}{N_r} v n_r + \arg\left(\underline{m_{sr,v}}\right)\right). \tag{II.20}$$

La matrice associée à m_{rs} est la transposée de la matrice associée à m_{sr}

$$\operatorname{mat}\left(\mathsf{m}_{rs}, \mathbf{N}^{N_r}, \mathbf{N}^{N_s}\right) = [M_{rs}] = [M_{sr}]^T. \tag{II.21}$$

Écriture du modèle des circuits couplés dans les bases naturelles

En utilisant les expressions (II.3) à (II.16), le système vectoriel (II.1) prend la forme du système matriciel

$$\begin{cases} [\overrightarrow{v_s}]_{\mathbf{N}^{N_s}} = [R_s]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} + \dfrac{\mathrm{d}\left[\overrightarrow{\Phi_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}}}{\mathrm{d}t} \\ [\overrightarrow{v_r}]_{\mathbf{N}^{N_r}} = [R_r]\left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} + \dfrac{\mathrm{d}\left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}}}{\mathrm{d}t} \\ \left[\overrightarrow{\Phi_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} = [M_{ss}]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} + [M_{sr}]\left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} \\ \left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} = [M_{rr}]\left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} + [M_{rs}]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} \end{cases} \tag{II.22}$$

traduisant le comportement électro-magnétique d'une machine asynchrone. Le comportement mécanique peut être étudié en écrivant le théorème du moment dynamique de l'arbre en rotation autour de l'axe du moteur

$$J\frac{\mathrm{d}^2\theta_m}{\mathrm{d}t} = C_u - C_p \tag{II.23}$$

où J est le moment d'inertie des pièces tournantes autour de leur axe de rotation, C_u est le couple utile et C_p est le couple de perte. En première approximation, le couple utile peut être égal au couple électromagnétique C_{em} dont un estimateur usuel est défini par le produit scalaire des vecteurs de courants statoriques et de flux stator/rotor

$$C_{em} = \left\langle \overrightarrow{i_s}, \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\Phi_{sr}}}{\mathrm{d}\theta_m} \right\rangle_{\mathbf{N}^{N_s}} \tag{II.24}$$

et permet de rendre compte des phénomènes électromagnétique principaux tels que les couples pulsatoires dus à l'interaction de différents harmoniques de longueur d'onde identique. [65] présente un estimateur plus complexe basé sur la dérivée de l'énergie magnétique de l'entrefer incluant les effets de saillance statorique et rotorique et restituant donc les composantes réluctances du couple. Le système (II.22) doit être intégré numériquement pour obtenir les tensions, courants et flux en fonction du temps pour une alimentation et une charge données. Il est donc nécessaire de le mettre en forme et de restreindre la somme (II.16) à un harmonique maximal. En remarquant que le facteur de bobinage statorique complexe est Q_s-périodique, la sommation est restreinte aux harmoniques inférieurs à Q_s.

Dans le cas d'une alimentation en courant, l'équation de tensions rotorique donne l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}\left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}}}{\mathrm{d}t} = -\left[R_r\right]\left[M_{rr}\right]^{-1}\left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} - \left[R_r\right]\left[M_{rr}\right]^{-1}\left[M_{rs}\right]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} \tag{II.25}$$

De l'intégration de (II.25) résulte le vecteur des flux rotoriques permettant de calculer le vecteur des courants rotoriques, le vecteur des flux statoriques et le vecteur des tensions statoriques. Le calcul des courants rotoriques et du couple s'ils n'étaient pas nécessaire pour l'intégration se fait par post-traitement des résultats de (II.33) en utilisant pour le courant

$$\left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} = \left[M_{rr}\right]^{-1}\left(\left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} - \left[M_{rs}\right]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}}\right) \tag{II.26}$$

et pour le couple

$$C_{em} = \left[\overrightarrow{i_s}\right]^T_{\mathbf{N}^{N_s}} \frac{\mathrm{d}\left[M_{sr}\right]}{\mathrm{d}\theta_m}\left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}}. \tag{II.27}$$

Pour une alimentation en tension, les deux équations de tensions doivent être utilisées. Il est possible, en introduisant l'espace vectoriel $\mathcal{E}^{N_s,N_r}$ et sa base naturelle associée définie comme

$$\mathbf{N}^{N_s,N_r} = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s,N_r}} = \begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s}} \text{ si } n < N_s \\ \overrightarrow{\mathbf{n}_{N_s-n}^{N_r}} \text{ si } N_s \leq n \end{cases}, n \in \mathcal{D}_{N_s+N_r} \right\}, \tag{II.28}$$

d'agréger les vecteurs de tensions, courants et de flux. Ainsi, des vecteurs représentant les tensions, courants et flux de toutes les phases d'une machine sont définis comme

$$\left[\overrightarrow{v}\right]_{\mathbf{N}^{N_s,N_r}} = \left[\overrightarrow{v_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} + \left[\overrightarrow{v_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} \tag{II.29a}$$

$$\left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{N}^{N_s,N_r}} = \left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} + \left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} \tag{II.29b}$$

$$\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{N}^{N_s,N_r}} = \left[\overrightarrow{\Phi_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} + \left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}}. \tag{II.29c}$$

Dans cette base, l'application linéaire $\mathsf{r} : \mathcal{E}^{N_s,N_r} \longrightarrow \mathcal{E}^{N_s,N_r}$, $\overrightarrow{i} \longmapsto \overrightarrow{u}$ donne le vecteur des tensions ohmiques de la machine à partir des courants de phases tandis que l'application linéaire $\mathsf{m} : \mathcal{E}^{N_s,N_r} \longrightarrow \mathcal{E}^{N_s,N_r}$, $\overrightarrow{i} \longmapsto \overrightarrow{\Phi}$ donne le vecteur des flux de phases. Dans la base $\mathbf{N}^{N_s,N_r}$, ces deux applications sont respectivement représentées par

$$\mathrm{mat}\left(\mathsf{r}, \mathbf{N}^{N_s,N_r}, \mathbf{N}^{N_s,N_r}\right) = [R] = \begin{bmatrix} [R_s] & [0] \\ [0] & [R_r] \end{bmatrix} \tag{II.30}$$

$$\mathrm{mat}\left(\mathsf{m}, \mathbf{N}^{N_s,N_r}, \mathbf{N}^{N_s,N_r}\right) = [M] = \begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [M_{rr}] \end{bmatrix} \tag{II.31}$$

De cette manière, (II.22) peut être travaillée pour donner

$$\begin{cases} [\overrightarrow{v}]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}} = [R] \left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}} + \dfrac{\mathrm{d}\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}}}{\mathrm{d}t} \\ \left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}} = [M] \left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}} \end{cases} \tag{II.32}$$

Dans le cas d'une alimentation en tension, le vecteur $[\overrightarrow{v}]_{\mathbf{n}^{Ns,Nr}}$ est connu. L'équation précédente peut être mise sous la forme

$$\frac{\mathrm{d}\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}}}{\mathrm{d}t} = -[R]\,[M]^{-1}\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}} + [\overrightarrow{v}]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}} \tag{II.33}$$

qui peut être intégrée temporellement à partir d'une condition initiale sur le vecteur des flux $\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}}$. Les courants et le couple, s'il n'a pas été nécessaire pour l'intégration, sont calculés par

$$\left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}} = [M]^{-1}\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}} \tag{II.34}$$

et

$$C_{em} = \left[\overrightarrow{i}\right]^{T}_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}} \frac{\mathrm{d}\,[M]}{\mathrm{d}\theta_m}\left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{N}^{Ns,Nr}}. \tag{II.35}$$

Analyse du modèle des circuits couplés écrit dans les bases naturelles pour une alimentation en tension sinusoïdale sans charge mécanique

Les figures II.1a à II.1d et II.2a à II.2d présentent l'évolution de la vitesse du rotor de la machine $9-ND$ pour une alimentation avec les séquences 1, 2, 3 et 4 en boucle ouverte en tension sinusoïdale de valeur efficace 55V et de fréquence 50Hz où le rotor est laissé libre et sans vitesse initiale. Pour chaque séquence, le contenu harmonique du champ d'entrefer est prévu par l'équation (I.33) et donne pour chaque séquence

$$\mathcal{F}_1 = 1p + pN_s\mathbb{Z} = \{1p, -8p, 10p, -17p, 19p, -26p, 28p, \dots\} \tag{II.36a}$$
$$\mathcal{F}_2 = 2p + pN_s\mathbb{Z} = \{2p, -7p, 11p, -16p, 20p, -25p, 29p, \dots\} \tag{II.36b}$$
$$\mathcal{F}_3 = 3p + pN_s\mathbb{Z} = \{3p, -6p, 12p, -15p, 21p, -24p, 30p, \dots\} \tag{II.36c}$$
$$\mathcal{F}_4 = 4p + pN_s\mathbb{Z} = \{4p, -5p, 13p, -14p, 22p, -23p, 31p, \dots\}. \tag{II.36d}$$

Les figures II.1 et II.3 sont les résultats de l'intégration de (II.22) tandis que les figures II.2 et II.4 sont des essais réalisés sur la machine réelle. La machine n'étant pas chargée, la vitesse finale $\Omega_{s,\infty}$ est supposée être proche de la vitesse de synchronisme du fondamental $\Omega_{s,pu}$

$$\Omega_{s,\infty} \approx \Omega_{s,pu} = \frac{\omega_s}{pu}. \tag{II.37}$$

La résolution du modèle des circuits couplés montre que la vitesse finale correspond à la vitesse de synchronisme pour les séquences 3 et 4 (figures II.1c et II.1d) mais qu'elle diffère pour les séquences 1 et 2 (figures II.1a et II.1b) où un blocage est observé. Dans ces cas, la vitesse finale est respectivement proche de la vitesse de synchronisme des harmoniques $-8p \in \mathcal{F}_1$, $\Omega_{s,-8p} = -375\text{tr/min}$, et $11p \in \mathcal{F}_2$, $\Omega_{s,11p} = 272.7\text{tr/min}$. Ces correspondances sont confirmées car restreindre la sommation de (II.16) à $\mathbb{N}\backslash\{8p\}$ pour la séquence 1 et à $\mathbb{N}\backslash\{11p\}$ pour la séquence 2 permet à la machine de ne plus se bloquer sur ces vitesses. Si cela permet à la machine d'atteindre sa vitesse de synchronisme normale pour la séquence 2, il est remarquable qu'en ne tenant pas compte de l'harmonique $8p$ pour l'alimentation par la séquence 1 la machine se bloque sur l'harmonique $10p$, $\Omega_{s,10p} = 300\text{tr/min}$.

Ces blocages sont observés lors d'essais où la machine, présenté par la figure I.25, est alimentée par un onduleur 9 bras, composé d'IGBT *SKM50GB123D* et contrôlé par un contrôleur *Microbalox 1202 DSpace*, connecté à un bus continu 200V − 2200µF. La fréquence de la modulation de largeur d'impulsion est de 10kHz. Les figures II.2 présentent les profils de vitesse pour une alimentation du prototype 9 phases de l'*IRENav* avec des tensions modulées dont les fondamentaux ont une valeur efficace égale à 55V et une fréquence de 50Hz. Les temps nécessaires pour atteindre le régime permanent estimés par le modèle des circuits couplés est plus faible que le temps observé expérimentalement. Cela peut être dû au fait que le circuit magnétique soit considéré linéaire, que le couple mécanique utilisé dans l'intégration du modèle soit supposé égal au couple électromagnétique (II.24), et que les frottements mécaniques ainsi que l'effet de peau dans les barres rotoriques soient négligés dans l'intégration. Cependant, les vitesses finales prévues par l'intégration correspondent aux vitesses réelles.

Les figures II.3 présentent le courant de la première phase statorique obtenu par résolution du modèle des circuits couplés et les figures II.4 présentent le même courant pour les essais sur la machine réelle. Pour les séquences 3 et 4, les figures II.3c, II.4c, II.3d et II.4d montrent un régime transitoire, où l'amplitude du courant est plus élevée, suivi d'un régime permanent, où l'amplitude est plus faible et reste constante. Cela est dû à une impédance totale plus faible à basse vitesse, c'est-à-dire à haut glissement, appelant plus de courant et générant du couple. Comme vu précédemment, la vitesse de synchronisme normale n'est pas atteinte pour les séquences 1 et 2. Le régime permanent normal n'est jamais atteint (figures II.3a, II.4a, II.3b et II.4b) et l'amplitude du courant reste élevée car l'impédance statorique est faible.

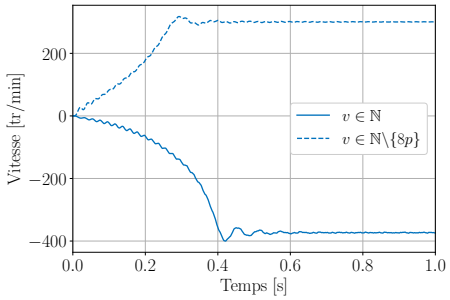
Aussi, le modèle des circuits couplés peut être résolu pour une vitesse du rotor imposée. Dans ce cas, l'équation de la dynamique n'a pas besoin d'être considérée dans l'intégration numérique, de même que l'estimateur de couple électromagnétique. La figure II.6 représente le régime permanent du courant de la première phase statorique de la machine $5-31$ pour une alimentation en tension 55V − 50Hz et un glissement du rotor imposé à 5%. Cette configuration est résolue avec le modèle des circuits couplés ou par éléments finis magnétodynamique (figure II.5) avec un matériau magnétique linéaire. Les simulations sont faites sur une durée de 1s avec un échantillonnage de 1ms. Premièrement, les phases des courants du modèle analytique correspondent parfaitement car les tensions et la vitesse sont imposées et donc identiques dans les deux simulations. Deuxièmement, les amplitudes correspondent bien pour l'alimentation avec la séquence 1 et parfaitement pour l'alimentation avec la séquence 2 validant les valeurs des résistances et inductances statoriques et rotoriques. Troisièmement, les courants sont sinusoïdaux, synonymes d'un nombre limité d'harmoniques. La cause de ce nombre limité d'harmonique sera discutée dans la partie II.1.2.

Le modèle des circuits couplés permet de déduire correctement le comportement d'une machine. Il est assez précis pour permettre de mettre en évidence un défaut de conception d'une machine polyphasée à grand nombre de phases dû aux harmoniques de champ magnétique. Même si le temps de réponse diffère entre le modèle intégré et l'expérience, notamment car l'effet de peau et la saturation sont négligés dans le modèle, des phénomènes dimensionnant, tel que le blocage à une vitesse différente de la vitesse de synchronisme pour une alimentation en boucle ouverte sans charge, inattendus sont prévus par le modèle.

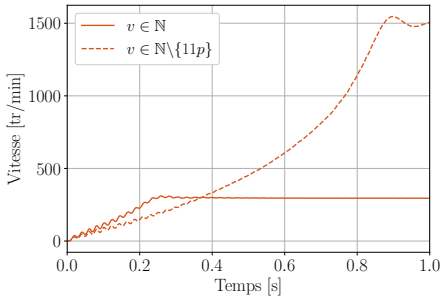
Essais de caractérisation à la vitesse de synchronisme et à vitesse nulle

Le modèle Γ présenté par la figure II.7 est un modèle classique de machine asynchrone. Il représente une phase de la machine dans le cas d'une alimentation sinusoïdale, d'un champ d'entrefer purement sinusoïdal et pour un matériau magnétique linéaire ne générant pas de pertes fer dont les fuites magnétiques sont ramenées au stator. Il est utilisé pour modéliser rapidement une machine à l'aide de cinq paramètres :

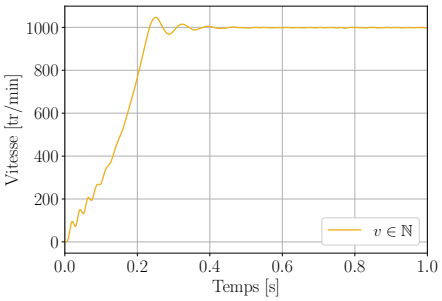
— la résistance électrique d'une phase statorique R_s,
— l'inductance magnétisante L_m, dont la valeur change avec la polarité du champ,



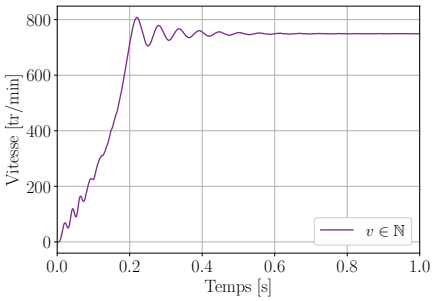
(a) $u = 1$



(b) $u = 2$

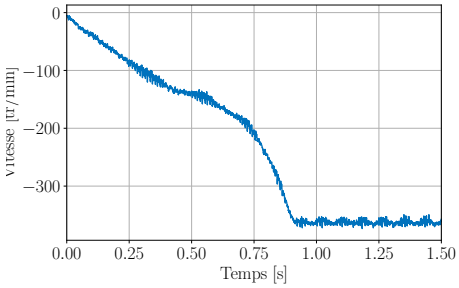


(c) $u = 3$

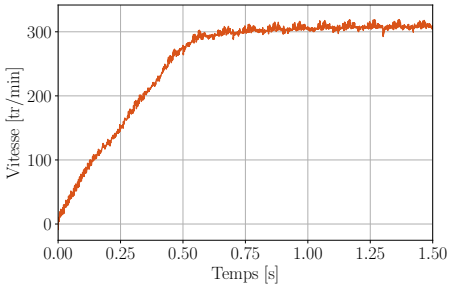


(d) $u = 4$

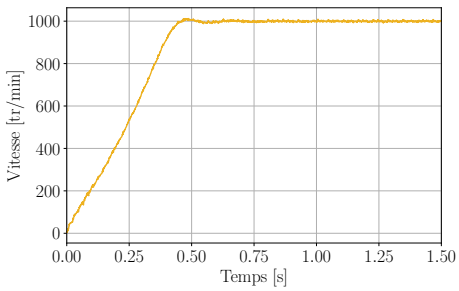
FIGURE II.1 – Évolutions des vitesses pour une alimentation en tension sinusoïdale 55V – 50Hz obtenues par intégration temporelle de (II.22)



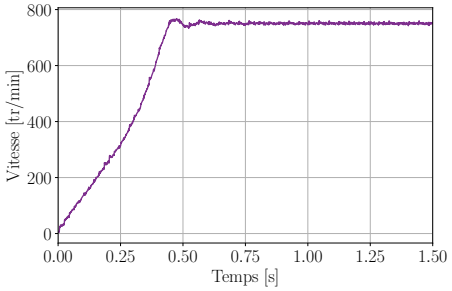
(a) $u = 1$



(b) $u = 2$

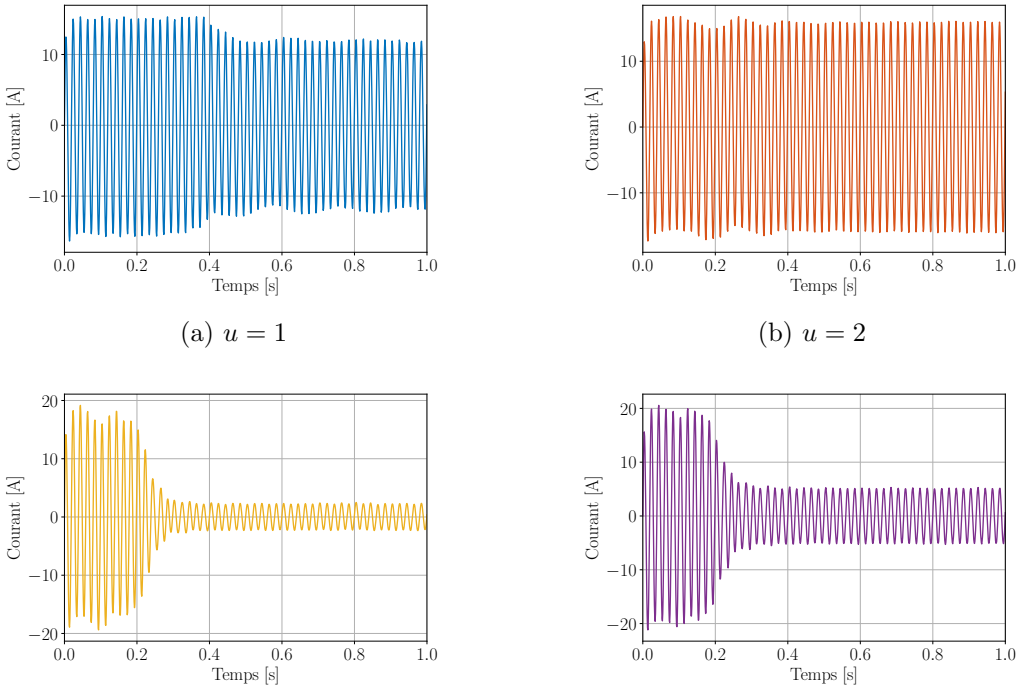


(c) $u = 3$



(d) $u = 4$

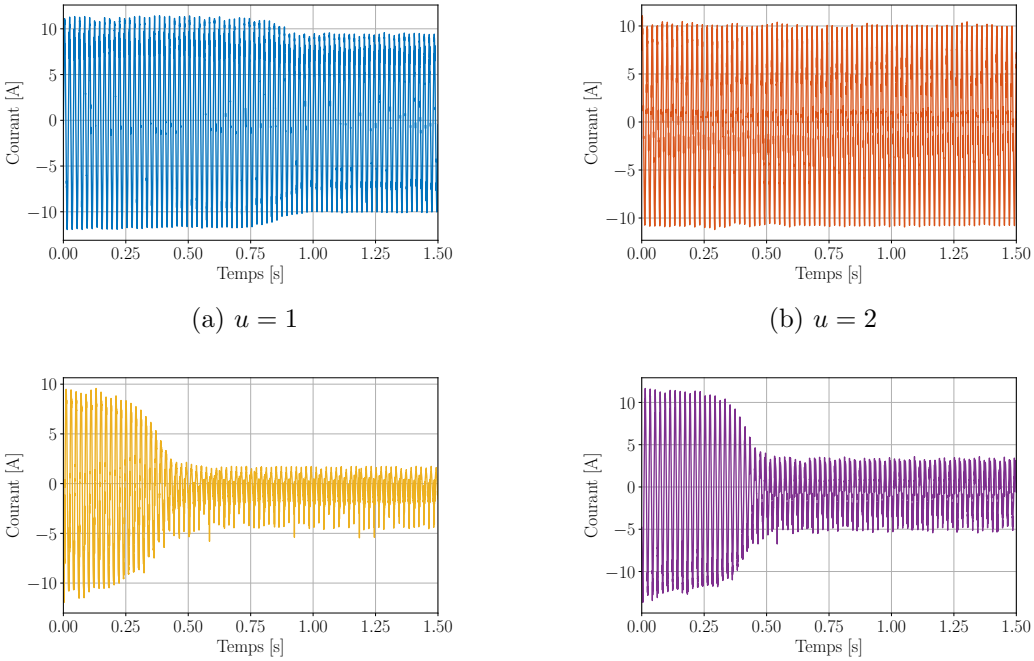
FIGURE II.2 – Évolutions des vitesses pour des essais en tension sinusoïdale 55V – 50Hz de la machine 9 – ND de l'IRENav



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

(c) $u = 3$ (d) $u = 4$

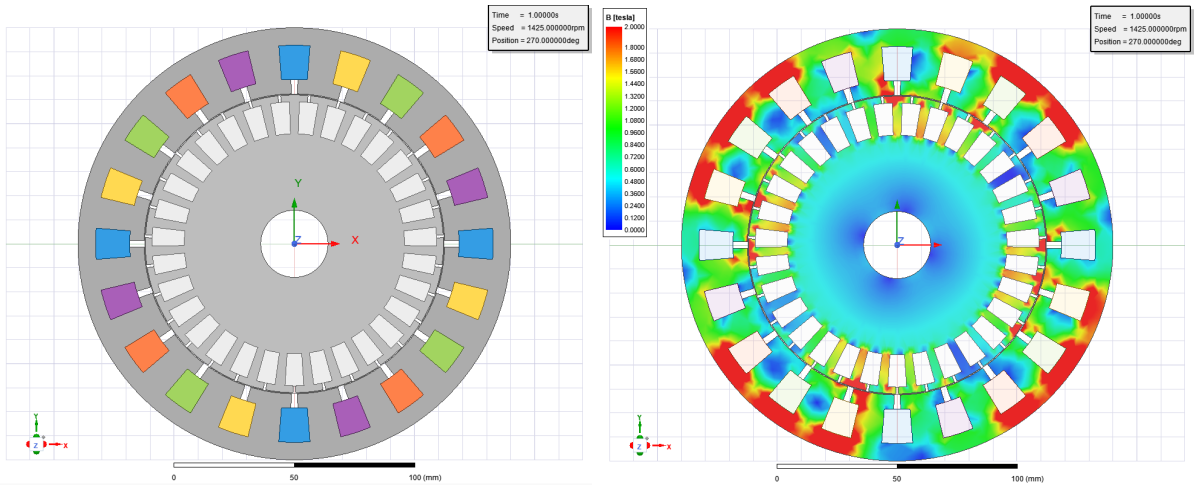
FIGURE II.3 – Évolutions du courant statorique pour une alimentation en tension sinusoïdale $55\text{V} - 50\text{Hz}$ obtenues par intégration temporelle de (II.22)



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

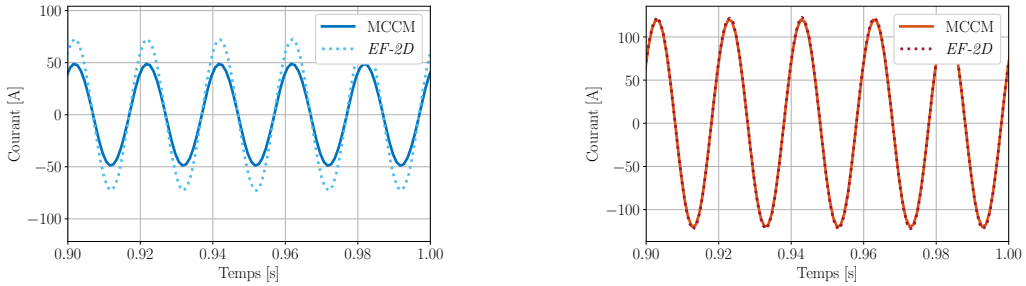
(c) $u = 3$ (d) $u = 4$

FIGURE II.4 – Évolution du courant pour les essais une alimentation en tension sinusoïdale $55\text{V} - 50\text{Hz}$ de la machine $9 - ND$



(a) Géométrie modélisé sur *Ansys* (b) Carte de champ pour l'alimentation $u = 1$

FIGURE II.5 – Modélisation et résultats *EF-2D* magnétodynamique linéaire de la machine $5-31$ pour la séquence $u = 1$



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

FIGURE II.6 – Évolution du courant pour une alimentation en tension sinusoïdale $55\text{V} - 50\text{Hz}$ de la machine $5 - 31$ pour un glissement de 5%

— les fuites magnétiques $\mathcal{N}_r$, dont la valeur change avec la polarité du champ,
— la résistance rotorique $\mathcal{R}'_r$, dont la valeur change avec la polarité du champ,
— le glissement g, dont la valeur change avec la polarité du champ et la vitesse de rotation du rotor.

En faisant tourner le rotor à la vitesse de synchronisme et sous tension nominale, l'impédance rotorique devient infinie et aucun courant n'est créé. Calculer la puissance active absorbée permet de calculer la résistance statorique car les pertes fer sont négligées et calculer la puissance réactive permet de calculer l'inductance magnétisante. En bloquant le rotor et en réglant la tension de manière à tirer le courant nominal, le glissement fondamental vaut 1. La puissance active absorbée est consommée par les résistances statorique et rotorique tandis que la puissance réactive est consommée par l'inductance magnétisante et par les fuites. De tels essais peuvent être réalisés pour n'importe quelle séquence et par simulations éléments-finis, par le modèle des circuits couplés et par expérience. Le tableau II.1 présente les paramètres du modèle Γ de la machine $9 - ND$ avec des essais fait par intégration numérique du modèle des circuits couplés (II.22), par simulation *EF-2D* magnétodynamique linéaire avec le logiciel *Ansys-Electronics* et par expérience. Les essais réels sont réalisés avec l'installation décrite précédemment alimentant la machine en modulation de largeur d'impulsion. Le modèle des circuits couplés est résolu en prenant en compte tous les harmoniques ou en ne prenant en compte que le fondamental de champ magnétique.

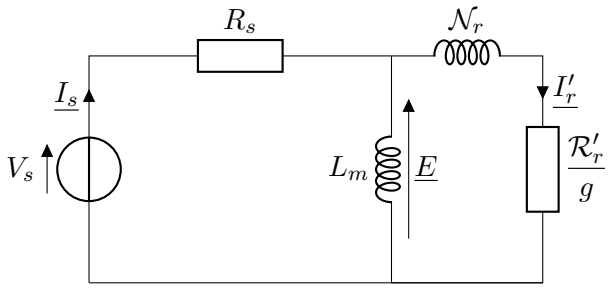


FIGURE II.7 – Modèle Γ monophasé linéaire d'une machine asynchrone

Parce que la machine ne démarre pas en boucle ouverte sur la séquence 1, il n'est pas possible de caractériser cette séquence. Pour la séquence 3, la machine génère peu d'harmoniques. Son fonctionnement se rapproche des hypothèses du modèle Γ et les valeurs correspondent peu importe la méthode utilisée. Pour les séquences 2 et 4, les valeurs sont assez bien estimées. Les valeurs issues des essais sont polluées par la modulation de largeur d'impulsion, qui invalide l'hypothèse d'alimentation sinusoïdale. De plus, la séquence 4 génère l'harmonique $5p$, proche du fondamental et qui modifie la forme du champ magnétique et invalide l'hypothèse de champ sinusoïdal.

TABLE II.1 – Détail des essais avec rotor au synchronisme et paramètres du modèle Γ calculé par le modèle des circuits couplés, par simulation *EF-2D* et par expérience

u	Circuits couplés : $v \in \mathbb{N}$			Circuits couplés : $v \in \{p_u\}$		
	L_m[mH]	$\mathcal{N}_r$[mH]	$\mathcal{R}'_r[\Omega]$	L_m[mH]	$\mathcal{N}_r$[mH]	$\mathcal{R}'_r[\Omega]$
1	289	16.4	0.42	268	24.0	0.30
2	179	15.8	0.53	193	19.1	0.54
3	109	14.5	0.59	109	14.7	0.62
4	48	15.0	0.65	55	28.0	0.74
	EF-2D linéaire			Expérience		
	L_m[mH]	$\mathcal{N}_r$[mH]	$\mathcal{R}'_r[\Omega]$	L_m[mH]	$\mathcal{N}_r$[mH]	$\mathcal{R}'_r[\Omega]$
1	165	9.70	0.43	-	-	-
2	151	10.2	0.62	202	16.3	0.71
3	92.9	10.5	0.77	107	17.34	0.91
4	42.1	11.3	0.84	32.7	26.0	0.46

Le modèle Γ représente une phase d'une machine asynchrone linéaire alimentée par une séquence. Sa construction et son utilisation sont conditionnées par des hypothèses, comme le champ d'entrefer sinusoïdal et purement radial, qui ne sont pas forcément validées par toutes les séquences d'une machine asynchrone polyphasée, notamment les hautes séquences comme ici pour la séquence 4 car ayant un pas polaire plus petit. Dans la suite de ce chapitre (partie II.2.4), ce modèle sera raffiné pour considérer les harmoniques d'espace et la validité des hypothèses sera discutée.

II.1.2 Expression dans les bases de Fortescue

Comme présenté dans le chapitre I, les bases de Fortescue permettent de séparer et d'étudier les séquences et les harmoniques par la projection des vecteurs de tension, courant ou flux sur des plans complexes. Étudier (II.1) nécessite de définir les matrices associées aux applications linéaires dans les bases de Fortescue. Pour une application linéaire $\mathsf{f} : \mathcal{E}^A \longrightarrow \mathcal{E}^A$, ses matrices associées dans les bases naturelle et de Fortescue sont liées par la relation

$$\text{mat}\left(\mathsf{f}, \mathbf{F}^A, \mathbf{F}^A\right)[F_A]^{-1} = [F_A]^{-1}\,\text{mat}\left(\mathsf{f}, \mathbf{N}^A, \mathbf{N}^A\right). \tag{II.38}$$

Matrice d'inductance statorique

La matrice $[\mathcal{L}_{ss}]$ associée à l'application m_{ss} possède une expression similaire à (II.3) où apparaissent les matrices de distribution et de fonction de bobinage exprimées dans les bases de Fortescue. En effet, le lien entre les deux matrices est fait par les matrices de passages de Fortescue et permettent d'écrire

$$\text{mat}\left(\mathsf{m}_{ss}, \mathbf{F}^{N_s}, \mathbf{F}^{N_s}\right) = [\mathcal{L}_{ss}] = [F_{N_s}]^{-1}\,\text{mat}\left(\mathsf{m}_{ss}, \mathbf{N}^{N_s}, \mathbf{N}^{N_s}\right)[F_{N_s}]. \tag{II.39}$$

et développer l'expression précédente fait apparaître les matrices de fonction et de distribution de bobinage exprimées dans les bases de Fortescue, amenant à

$$\begin{aligned}\text{mat}\left(\mathsf{m}_{ss}, \mathbf{F}^{N_s}, \mathbf{F}^{N_s}\right) = [\mathcal{L}_{ss}] &= \frac{\mu_0}{g_e}\frac{2\pi R_g \ell_z}{Q_s} N_{cd,s}^2 [w_s][w_s]^T + \ell_{ss} N_{cd,s}^2 [d_s][d_s]^T + [\mathcal{L}_{tb,s}] \\ &= \text{diag}\left(\mathcal{L}_{s,0}, \ldots, \mathcal{L}_{s,u}, \ldots \mathcal{L}_{s,N_s-1}\right)\end{aligned} \tag{II.40}$$

Cette matrice est une matrice diagonale dont le $u^{\text{ème}}$ coefficient est l'inductance cyclique statorique associée au vecteur de Fortescue $\overrightarrow{\mathbf{f}_u^{N_s}}$, égale par symétrie à l'inductance $\mathcal{L}_{s,N_s-u}$ associée vecteur $\overrightarrow{\mathbf{f}_{N_s-u}^{N_s}}$. Avec les expressions (I.65) de $[d_s]$ et (I.67) $[w_s]$ développées dans le chapitre I, l'inductance cyclique peut être trouvée égale à

$$\mathcal{L}_{s,u} = \frac{\mu_0}{g_e}\frac{2\pi R_g \ell_z}{4N_s} N_{cd,s}^2 \sum_{v \in \mathcal{F}_u \cap \mathcal{D}_{Q_s}} \frac{\left|\underline{K_{s,v}}\right|^2}{\sin^2\left(v\dfrac{\pi}{Q_s}\right)} + \ell_{ss} N_{cd,s}^2 \frac{Q_s}{N_s} \sum_{v \in \mathcal{F}_u \cap \mathcal{D}_{Q_s}} \left|\underline{K_{s,v}}\right|^2 + \mathcal{L}_{tb,s}. \tag{II.41}$$

où $\mathcal{L}_{tb,s}$ est la contribution des têtes de bobines à l'inductance cyclique, souvent négligée. L'expression de (II.41) est très intéressante car elle est formulée avec deux sommes finies, limités aux harmoniques de rangs positifs inférieurs au nombre d'encoches. Cela est dû à la formulation matricielle de l'application linéaire m_{ss} représentant le recouvrement des harmoniques sur les plans de Fortescue. (II.41) est donc une formulation exacte de l'inductance cyclique statorique dans le sens où tous les harmoniques spatiaux sont pris en comptes contrairement à [46] où la sommation (I.59) nécessite de prendre en compte un nombre infini d'harmoniques.

Matrice d'inductance rotorique

Les mêmes calculs peuvent être faits pour la matrice $[\mathcal{L}_{rr}]$ associée à m_{rr}. En effet, comme vu dans la sous-section II.1.1, les applications m_{ss} et m_{rr} représentent les mêmes phénomènes, donc d'une manière similaire

$$\begin{aligned}\text{mat}\left(\mathsf{m}_{rr}, \mathbf{F}^{N_r}, \mathbf{F}^{N_r}\right) = [\mathcal{L}_{rr}] &= \frac{\mu_0}{g_e}\frac{2\pi R_g \ell_z}{Q_r} N_{cd,r}^2 [w_r][w_r]^T + \ell_{rr} N_{cd,r}^2 [d_r][d_r]^T + [\mathcal{L}_{tb,r}] \\ &= \text{diag}\left(\mathcal{L}_{r,0}, \ldots, \mathcal{L}_{r,u}, \ldots \mathcal{L}_{r,N_r-1}\right)\end{aligned} \tag{II.42}$$

Identiquement, $[\mathcal{L}_{rr}]$ est une matrice diagonale dont les $v^{\text{ème}}$ et $N_r - v^{\text{ème}}$ coefficients sont égaux et sont les inductances cycliques respectivement associées aux vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{f}_v^{N_r}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{f}_{N_r-v}^{N_r}}$. Telle que (II.41), l'inductance cyclique rotorique vaut

$$\mathcal{L}_{r,v} = \frac{\mu_0}{g_e}\frac{2\pi R_g \ell_z}{4N_r} N_{cd,r}^2 \sum_{w\in\mathcal{F}_v\cap\mathcal{D}_{Q_r}} \frac{\left|\underline{K_{r,w}}\right|^2}{\sin^2\left(w\frac{\pi}{Q_r}\right)} + \ell_{rr} N_{cd,r}^2 \frac{Q_r}{N_r} \sum_{w\in\mathcal{F}_v\cap\mathcal{D}_{Q_r}} \left|\underline{K_{r,w}}\right|^2 + \mathcal{L}_{tb,r}. \quad \text{(II.43)}$$

Pour les mêmes raisons que celles évoquées dans (II.41), les sommations sont faites sur un nombre fini d'harmoniques d'espace. Dans le cas d'une cage rotorique, le rotor constitué de N_r phases réparties dans $Q_r = N_r$ encoches et alimenté par une séquence v génère les harmoniques

$$\mathcal{F}_{/v}^R = v + N_r\mathbb{Z} = v + Q_r\mathbb{Z} \quad \text{(II.44)}$$

L'intersection des deux ensembles d'indices des sommes de (II.43) est restreinte à $\{v\}$ ce qui permet de simplifier la relation

$$\mathcal{L}_{r,v} = \frac{\mu_0}{g_e}\frac{2\pi R_g \ell_z}{4N_r} + \sin^2\left(v\frac{\pi}{Q_r}\right) L_b + 2L_e \quad \text{(II.45)}$$

et rappelant les expressions de [28, 37], adaptées pour considérer $N_{cd,r} = 1$ conducteur par encoche.

Matrice des résistances statoriques

La matrice des résistances statoriques exprimée dans la base naturelle est une matrice diagonale. Exprimer dans la base de Fortescue donne aussi une matrice diagonale dont les coefficients dont les résistances cycliques statoriques. Comme les phases sont supposées identiques, la matrice des résistances cycliques statoriques $[\mathcal{R}_s]$ est simplement

$$\text{mat}\left(\mathsf{r}_s, \mathbf{F}^{N_s}, \mathbf{F}^{N_s}\right) = [\mathcal{R}_s] = R_s\,[I_{N_s}]\,. \quad \text{(II.46)}$$

Matrice des résistances rotoriques

La matrice des résistances rotoriques exprimée dans la base de Fortescue rotorique est une matrice diagonale dont les coefficients sont les résistances cycliques rotoriques. Il est possible de calculer la matrice $[\mathcal{R}_r]$ telle que

$$\text{mat}\left(\mathsf{r}_r, \mathbf{F}^{N_r}, \mathbf{F}^{N_r}\right) = [\mathcal{R}_r] = [F_{N_r}]^{-1}\,[R_r]\,[F_{N_r}]\,. \quad \text{(II.47)}$$

Dans le cas d'une cage, (II.13) et (II.47) permettent de calculer explicitement les résistances cycliques rotoriques, égales à

$$\mathcal{R}_{r,v} = \sin^2\left(v\frac{\pi}{Q_r}\right) R_b + \frac{R_e}{2}. \quad \text{(II.48)}$$

Cette expression rappelle celles présentées par [28, 59] à la différence du facteur $4 = 2^2$ car seul un conducteur par encoche est ici considéré.

Matrice de couplage stator/rotor

La matrice $[\mathcal{L}_{sr}]$ associée à l'application m_{sr} possède des propriétés remarquables quant à la répartition et au couplage des harmoniques d'espace. Partant de (II.16), (II.18) et (II.19) et en remarquant que, pour tout harmonique d'espace $v \in \mathbb{N}^*$,

$$[\mathcal{L}_{sr,v}] = [F_s]^{-1}\,[M_{sr,v}]\,[F_r] \quad \text{(II.49)}$$

il est possible de calculer la matrice de couplage stator/rotor dans les bases de Fortescue, à l'instar de [16] dans les bases de Concordia. Le détail du calcul est présenté dans l'annexe A.

Pour un bobinage à nombre entier d'encoche par paire de pôles et par phase ($2s_{pp} \in \mathbb{N}$), comme supposée dans (II.18), les harmoniques d'espaces v sont multiples de la polarité de bobinage p. Ainsi, quand l'harmonique d'espace v est associé à un espace de Fortescue rotorique, l'harmonique électrique $h = v/p \in \mathbb{N}$ est associé à un espace de Fortescue statorique. La matrice $[\mathcal{L}_{sr,v}]$ est une matrice globalement creuse dont seuls deux coefficients sont non nuls et valent

$$\underline{\mathcal{M}_{sr,v}} = \sqrt{N_s N_r}\underline{m^*_{sr,v}} \exp\left(-jv\theta_m\right) \tag{II.50}$$

et

$$\underline{\mathcal{M}_{sr,-v}} = \sqrt{N_s N_r}\underline{m_{sr,v}} \exp\left(jv\theta_m\right) = \underline{\mathcal{M}^*_{sr,v}} \tag{II.51}$$

Leurs positions et la nature des espaces de Fortescue atteints dépendent de la valeur de v, et donc de h :

- si $\mathrm{mod}(h, N_s) \in \left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$, l'harmonique atteint la droite statorique vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{f}^{N_s}_{\mathrm{mod}(h,N_s)}}\right)$, les deux coefficients sont placés sur la ligne $\mathrm{mod}(h, N_s)$,
- si $\mathrm{mod}(h, N_s) \notin \left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$, l'harmonique atteint le plan statorique vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{f}^{N_s}_{\mathrm{mod}(h,N_s)}}, \overrightarrow{\mathbf{f}^{N_s}_{\mathrm{mod}(-h,N_s)}}\right)$, le coefficient $\underline{\mathcal{M}_{sr,v}}$ est placé sur la ligne $\mathrm{mod}(h, N_s)$ et le coefficient $\underline{\mathcal{M}_{sr,-v}}$ est placé sur la ligne $\mathrm{mod}(-h, N_s)$,
- si $\mathrm{mod}(v, N_r) \in \left\{0; \frac{N_r}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$, l'harmonique atteint la droite rotorique vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{\mathrm{mod}(v,N_r)}}\right)$, les deux coefficients sont placés sur la ligne $\mathrm{mod}(v, N_r)$,
- si $\mathrm{mod}(v, N_r) \notin \left\{0; \frac{N_r}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$, l'harmonique atteint le plan statorique vect $\left(\overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{\mathrm{mod}(v,N_r)}}, \overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{\mathrm{mod}(-v,N_r)}}\right)$, le coefficient $\underline{\mathcal{M}_{sr,v}}$ est placé sur la ligne $\mathrm{mod}(v, N_r)$ et le coefficient $\underline{\mathcal{M}_{sr,-v}}$ est placé sur la ligne $\mathrm{mod}(-v, N_r)$.

Si une droite statorique et une droite rotorique sont atteintes simultanément, les deux coefficients sont placés à la même position et se somment, car les droites peuvent être considérées comme des plans dégénérés.

[16] présente dix-neuf règles pour l'expression de l'application m_{sr} dans les bases de Concordia, le passage dans les bases de Fortescue présenté ici permet de réduite le nombre de règles à quatre, synthétisées dans le tableau II.2. Ces quelques règles permettent de connaître la répartition des harmoniques d'espace sur les différents espaces statoriques et rotoriques.

Ainsi, comme deux séquences u_1 et u_2 différentes peuvent agir sur le même plan rotorique si

$$\exists (v_1, v_2) \in \mathcal{F}_{u_1} \times \mathcal{F}_{u_2},\ \mathrm{mod}(|v_1|, N_r) = \mathrm{mod}(|v_2|, N_r), \tag{II.52}$$

deux séquences rotoriques v_3 et v_4 différentes peuvent agir sur le même plan statorique si

$$\exists (w_3, w_4) \in \mathcal{F}^R_{/v_3} \times \mathcal{F}^R_{/v_4},\ \mathrm{mod}(|w_3|, N_s) = \mathrm{mod}(|w_4|, N_s) \tag{II.53}$$

La décomposition harmonique de la matrice de couplage permet de prévoir le couplage inter-séquence sous l'hypothèse d'un matériau linéaire et d'un entrefer lisse. Ce couplage est crucial pour le dimensionnement de la machine car, pour une alimentation en tension sinusoïdale à une séquence donnée, il fait apparaître des courants sur des plans statoriques différents du plan principal. Lors d'un contrôle en boucle fermée, où les tensions alimentent la machine pour tirer un courant sinusoïdal équilibré, il sera donc nécessaire d'alimenter le stator avec une tension sur plusieurs plans de Fortescue, donc d'alimenter avec des tensions déséquilibrées.

Il est intéressant de remarquer que seuls les nombres de phases statoriques et rotoriques entrent en jeu dans l'arithmétique des couplages. Cependant, l'intensité de ces derniers dépend de la valeur des coefficients $\underline{\mathcal{M}_{sr,\pm v}}$ et donc des facteurs de bobinages statoriques et rotoriques. Ainsi, plusieurs grandeurs peuvent être modifiées pour limiter voir annuler le couplage inter-séquence.

Le bobinage statorique peut être changé pour limiter le nombre d'harmoniques générables et donc captables par le bobinage. Cependant, le bobinage statorique est souvent contraint par un cahier des charges limitant les degrés de liberté sur le nombre de phases, le nombre de paires de pôles ou le nombre d'encoches.

Le bobinage rotorique peut aussi être modifié. Dans le cas d'un rotor bobiné, il est aisé de modifier le nombre de phases et le nombre d'encoches par pôles et par phases. Dans le cas d'un rotor à cage qui réplique tous les harmoniques, il est plus facile de changer le nombre de barres pour modifier l'arithmétique du couplage. Par exemple, la machine $5-32$ est alimentée par une tension de séquence 1. Le stator génère donc la famille d'harmoniques

$$\mathcal{F}_1 = up + N_s p\mathbb{Z} = \{1p, -4p, 6p, -9p, 11p, -14p, 16p, -19p, 21p, \dots\} \tag{II.54}$$

Le rotor possède une cage de 32 barres. S'il est excité par l'harmonique $1p$, il répond en générant les harmoniques

$$\mathcal{F}_{1p}^R = 1p + N_r\mathbb{Z} = \{1p, -15p, 17p, -31p, 33p, \dots\} \tag{II.55}$$

L'harmonique $17p$ généré par le rotor est un harmonique générable par la séquence 2 de la machine, il va donc être capté par le bobinage statorique et créer un courant de séquence 2. Pour cette machine, le rotor couple les séquences 1 et 2. Si le rotor avait 31 barres, la famille d'harmoniques générable par le rotor est modifiée et découple les deux séquences.

Écriture du modèle des circuits couplés dans les bases de Fortescue

En utilisant les expressions (II.40) à (II.49), le système vectoriel (II.1) devient

$$\begin{cases} [\overrightarrow{v_s}]_{\mathbf{F}^{N_s}} = [\mathcal{R}_s]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{F}^{N_s}} + \dfrac{\mathrm{d}\left[\overrightarrow{\Phi_s}\right]_{\mathbf{F}^{N_s}}}{\mathrm{d}t} \\ [\overrightarrow{v_r}]_{\mathbf{F}^{N_r}} = [\mathcal{R}_r]\left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}} + \dfrac{\mathrm{d}\left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}}}{\mathrm{d}t} \\ \left[\overrightarrow{\Phi}_s\right]_{\mathbf{F}^{N_s}} = [\mathcal{L}_{ss}]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{F}^{N_s}} + [\mathcal{L}_{sr}]\left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}} \\ \left[\overrightarrow{\Phi}_r\right]_{\mathbf{F}^{N_r}} = [\mathcal{L}_{rr}]\left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}} + [\mathcal{L}_{rs}]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{F}^{N_s}}. \end{cases} \tag{II.56}$$

Contrairement à (II.22), les vecteurs statoriques, indicés $_s$ de (II.56) contiennent les informations liées aux séquences statoriques et les vecteurs indicés $_r$ contiennent les informations liées aux séquences rotoriques. À l'instar de l'expression du modèle des circuits couplés dans les bases naturelles, il est possible de rajouter au comportement électrique décrit dans (II.56) les équations de la dynamique. Ainsi, intégrer numériquement ce système permet d'obtenir une vision séquentielle du comportement de la machine, notamment le couplage inter-séquence décrit précédemment.

La mise en forme de (II.56) pour obtenir des équations intégrables numériquement suit le même raisonnement que pour la mise en forme de (II.22).

Pour une alimentation en courant, l'équation de tensions rotorique donne directement

TABLE II.2 – Répartition des coefficients non nuls de la matrice $[\mathcal{L}_{sr,v}]$, où $\underline{M_v} = \sqrt{N_s N_r}\underline{m_{sr,v}}$

		mod$(v, N_r) \in$	$\left\{0; \frac{N_r}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$	$\mathcal{D}_{N_s} \setminus \left(\left\{0; \frac{N_r}{2}\right\} \cap \mathbb{N}\right)$	
		Espace rotorique	Droite	Plan	
mod$(h, N_s) \in$	**Espace statorique**	$n_s \backslash n_r$	$\text{mod}(v, N_r)$	$\text{mod}(v, N_r)$	$\text{mod}(-v, N_r)$
$\left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$	Droite	$\text{mod}(h, N_s)$	$2\left\|\underline{M_v}\right\| \cos\left(v\theta_m + \arg\left(\underline{M_v}\right)\right)$	$\underline{M_v^*} \exp\left(-jv\theta_m\right)$	$\underline{M_v} \exp\left(jv\theta_m\right)$
$\mathcal{D}_{N_s} \setminus \left(\left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N}\right)$	Plan	$\text{mod}(h, N_s)$	$\underline{M_v^*} \exp\left(-jv\theta_m\right)$	$\underline{M_v^*} \exp\left(-jv\theta_m\right)$	0
		$\text{mod}(-h, N_s)$	$\underline{M_v} \exp\left(jv\theta_m\right)$	0	$\underline{M_v} \exp\left(jv\theta_m\right)$

TABLE II.3 – Répartition des harmoniques d'espace sur les plans statoriques et rotoriques pour la machine 9 phases de l'*IRENav*. Les harmoniques des séquences 1, 2, 3 et 4 sont écrits respectivement en bleu, orange, jaune et violet et les harmoniques liés la séquence homopolaire 0 sont écrits en noir.

$u \backslash v$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0							$27p$			$9p$						$18p$	
1		$1p$	$35p$			$28p$		$26p$	$8p$		$10p$				$19p$		$17p$
2		$34p$	$2p$		$29p$			$7p$	$25p$			$11p$		$20p$			$16p$
3	$33p$			$3p$ $30p$			$6p$			$24p$			$12p$ $21p$			$15p$	
4		$32p$	$31p$		$4p$	$5p$					$23p$	$22p$		$13p$	$14p$		

$$\frac{\mathrm{d}\left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}}}{\mathrm{d}t} = -\left[\mathcal{R}_r\right]\left[\mathcal{L}_{rr}\right]^{-1}\left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}} + \left[\mathcal{R}_r\right]\left[\mathcal{L}_{rr}\right]^{-1}\left[\mathcal{L}_{rs}\right]\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{F}^{N_s}} \tag{II.57}$$

De l'intégration de (II.25) résulte le vecteur des flux rotoriques permettant de calculer le vecteur des courants rotoriques, le vecteur des flux statoriques et le vecteur des tensions statoriques.

Pour une alimentation en tension, il est nécessaire d'utiliser l'espace $\mathcal{E}^{N_s,N_r}$ précédemment introduit. Il est doté de la base de Fortescue suivante

$$\mathbf{F}^{N_s,N_r} = \left\{ \overrightarrow{\mathbf{f}_w^{N_s,N_r}} = \begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{f}_w^{N_s}} \text{ si } w < N_s \\ \overrightarrow{\mathbf{f}_{N_s-w}^{N_r}} \text{ si } N_s \leq w \end{cases} , w \in \mathcal{D}_{N_s+N_r} \right\} \tag{II.58}$$

Les vecteurs des tensions, courants et flux de la machine sont alors représentés par

$$\left[\overrightarrow{v}\right]_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}} = \left[\overrightarrow{v_s}\right]_{\mathbf{F}^{N_s}} + \left[\overrightarrow{v_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}} \tag{II.59a}$$

$$\left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}} = \left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{F}^{N_s}} + \left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}} \tag{II.59b}$$

$$\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}} = \left[\overrightarrow{\Phi_s}\right]_{\mathbf{F}^{N_s}} + \left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}} . \tag{II.59c}$$

Les applications linéaires r et m introduites dans le paragraphe II.1.1 sont représentées dans $\mathbf{F}^{N_s,N_r}$ par

$$\mathrm{mat}\left(\mathsf{r}, \mathbf{F}^{N_s,N_r}, \mathbf{F}^{N_s,N_r}\right) = \left[\mathcal{R}\right] = \begin{bmatrix} \left[\mathcal{R}_s\right] & \left[0\right] \\ \left[0\right] & \left[\mathcal{R}_r\right] \end{bmatrix} \tag{II.60}$$

$$\mathrm{mat}\left(\mathsf{m}, \mathbf{F}^{N_s,N_r}, \mathbf{F}^{N_s,N_r}\right) = \left[\mathcal{L}\right] = \begin{bmatrix} \left[\mathcal{L}_{ss}\right] & \left[\mathcal{L}_{sr}\right] \\ \left[\mathcal{L}_{rs}\right] & \left[\mathcal{L}_{rr}\right] \end{bmatrix} \tag{II.61}$$

Dans le cas d'une alimentation en tension, (II.56) se met sous la forme

$$\frac{\mathrm{d}\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}}}{\mathrm{d}t} = -\left[\mathcal{R}\right]\left[\mathcal{L}\right]^{-1}\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}} + \left[\overrightarrow{v}\right]_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}} . \tag{II.62}$$

À l'instar de (II.33), la relation précédente est numériquement intégrable et permet de calculer les courants avec

$$\left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}} = \left[\mathcal{L}\right]^{-1}\left[\overrightarrow{\Phi}\right]_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}} . \tag{II.63}$$

et le couple, s'il n'a pas été calculé lors de l'intégration, est défini comme

$$C_{em} = \left[\overrightarrow{i}\right]^T_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}} \frac{\mathrm{d}\left[\mathcal{L}\right]}{\mathrm{d}\theta_m}\left[\overrightarrow{i}\right]_{\mathbf{F}^{N_s,N_r}} . \tag{II.64}$$

Analyse du modèle des circuits couplés écrit dans les bases de Fortescue pour une alimentation en tension sinusoïdale à une vitesse imposée à 5% du glissement fondamental

Pour les machines 9 phases de l'*IRENav*, possédant le même nombre de phases statoriques et rotoriques, le tableau II.3 représente la répartition des harmoniques d'espaces sur les plans statoriques et rotoriques. Les harmoniques générés par les séquences 1, 2 et 4, écrits respectivement en bleu, orange et violet, se répartissent sur les plans rotoriques 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14 et 16. Les séquences 1, 2, et 4 sont donc *a priori* couplées car atteignant les mêmes plans

rotoriques. Les plans 3, 6, 9, 12 et 15 ne sont excités que par les harmoniques de la séquence 3, écrits en jaune, montrant que cette séquence est linéairement découplée des trois autres.

Ainsi, lors d'une alimentation en boucle ouverte sous tension sinusoïdale pour les séquences 1, 2 et 4, le couplage peut impliquer l'apparition de courants parasites sur les plans statoriques liés, tandis que le même protocole sur la séquence 3 ne va exciter que le plan statorique 3. Comme expliqué précédemment, l'intensité de ces couplages dépend des harmoniques générables par la machine. Une modification du bobinage statorique peut annuler la création ou la captation de certains harmoniques.

Les figures II.8 et II.9 représentent les composantes de Fortescue du vecteur des courants statoriques, résultats de l'intégration du modèle des circuits couplés (II.62), les séquences utilisables des machines 9 phases de l'*IRENav*, c'est-à-dire les séquence 1, 2, 3 et 4 de la machine $9-ND$ et les séquence 1 et 3 de la machine $9-D$. Comme prévu par l'arithmétique du tableau II.2, les séquences 1, 2 et 4 de la machine $9-ND$ sont couplés entre elles, contrairement à sa séquence 3. La modification du bobinage $9-ND$ en bobinage diamétral restreint le nombre de séquences utilisables, mais limite grandement le couplage inter-séquence car les harmoniques de rang pairs ne peuvent ni être créés ni être captés par le stator. La séquence 1 est quasiment découplée tandis que la séquence 3 reste arithmétiquement indépendante de toutes les autres.

Une autre manière de découpler les séquences est de modifier le nombre de phases rotoriques, c'est-à-dire le nombre de barres pour un rotor à cage. Cette modification changera le nombre de plans rotoriques sur lesquels les harmoniques peuvent agir et l'arithmétique associée, présentée dans le tableau II.2.

Par exemple, la machine $5-32$, cohérent vis-à-vis des règles de choix de barres uselles [13], représentés par 16 plans rotoriques. L'arithmétique du tableau II.2 prévoit que les séquence 1 et 2 seront couplés car les plans rotoriques peuvent être atteints par les deux séquences. Cela est présenté par le tableau II.4 où les harmoniques des séquences 1 et 2 sont respectivement écrits en bleu et orange et les harmoniques de la séquence homopolaire 0 sont écrits en noir. Le plan rotorique 2, par exemple, peut être excité par les harmoniques $1p \in \mathcal{F}_1$ ou $17p \in \mathcal{F}_2$.

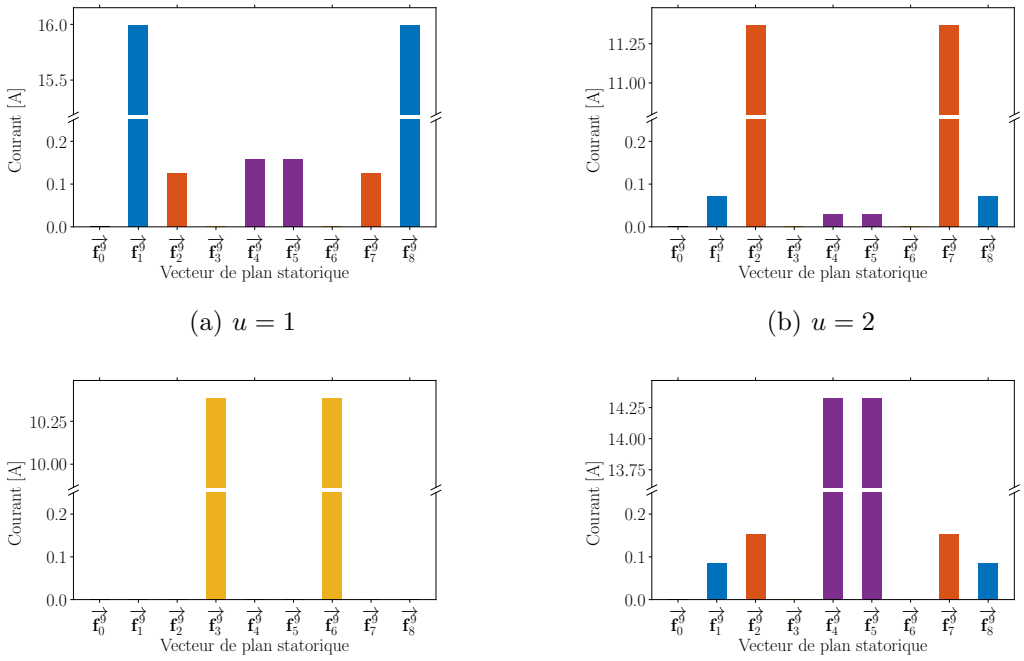
TABLE II.4 – Répartition des harmoniques d'espace sur les plans statoriques et rotoriques de la machine $5-32$. Les harmoniques dont le coefficient de bobinage est nul ne sont pas représentés.

$u\backslash v$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0			$15p$								$5p$						
1			$1p$				$19p$				$11p$				$9p$		
2			$17p$				$3p$ $13p$								$7p$		

Ainsi, les séquences 1 et 2 de la machine $5-32$ sont couplées entre elles. Le vecteur des courants statoriques issus du modèle des circuits couplés est comparé à celui issu d'une simulation *EF-2D* faite dans les mêmes conditions. Comme le montre la figure II.10, le modèle des circuits couplés prévoit, pour une alimentation en tension sur la séquence 1, qu'un courant soit généré sur le plan 2 et inversement. Cela est confirmé par les simulations *EF-2D* dans des proportions semblables.

A contrario, si le même stator agit sur un rotor à 31 barres, le nombre de plans rotoriques diminue à 15 et l'arithmétique du tableau II.2 change. Ainsi, les harmoniques sont répartis comme spécifié par le tableau II.5, où les harmoniques de la séquence 1 sont écrits en bleu et ceux que la séquence 2 sont écrits en orange. Il est remarquable qu'en changeant le nombre de barres, les harmoniques de $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ n'agissement plus sur les mêmes plans. Les séquences 1 et 2 sont donc découplées.

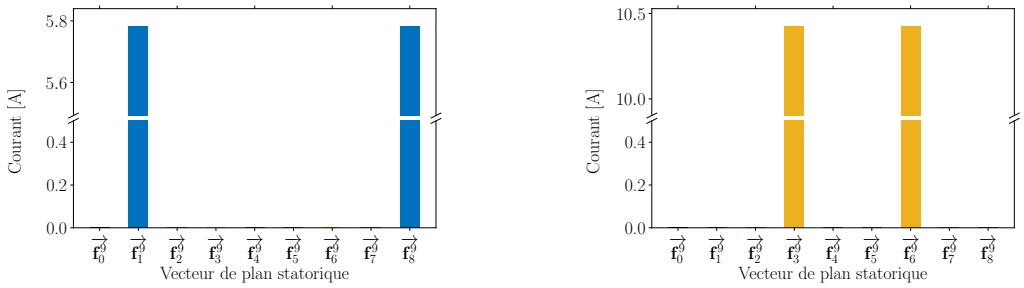
Ce découplage se voit aussi en étudiant les composantes de Fortescue du vecteur des courants statoriques, présentées par la figure II.11 comparant une simulation *EF-2D* au modèle circuit, où les alimentations en tension sur la séquence u impliquent des courants uniquement sur le plan



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

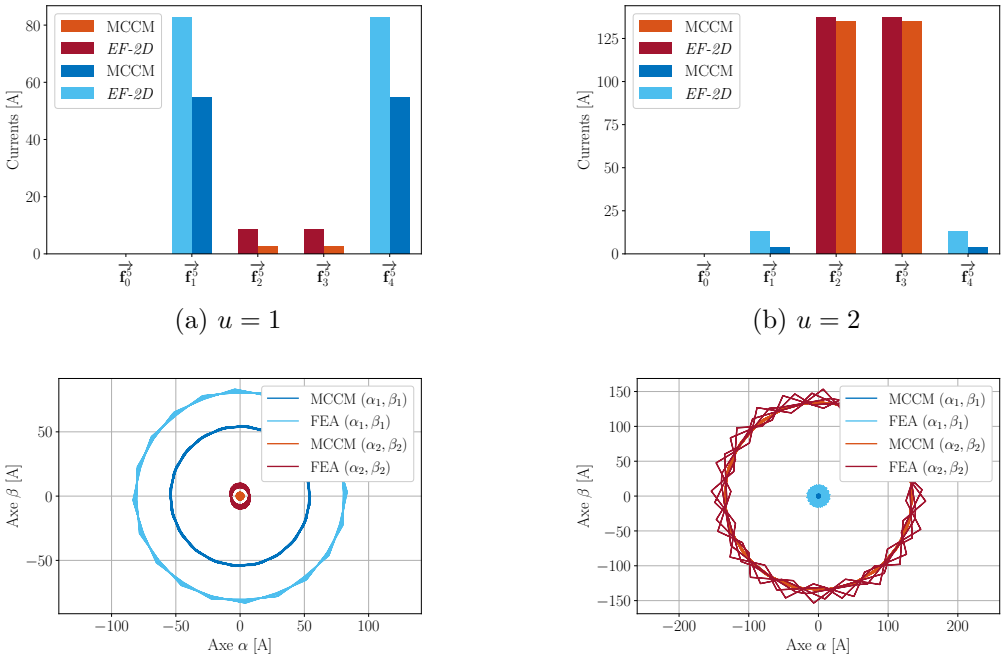
(c) $u = 3$ (d) $u = 4$

FIGURE II.8 – Composantes de Fortescue du vecteur des courants statoriques pour une alimentation de la machine $9 - ND$ en tension sinusoïdale à vitesse imposée



(a) $u = 1$ (b) $u = 3$

FIGURE II.9 – Projection du courant statorique dans $\mathbf{F}^{N_s}$ pour une alimentation de la machine $9 - D$ en tension sinusoïdale à vitesse imposée



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

(c) $u = 1$ (d) $u = 2$

FIGURE II.10 – Composantes de Fortescue et de Clarke du vecteur des courants statoriques de la machine $5 - 32$ pour une alimentation en tension sinusoïdale à vitesse libre

TABLE II.5 – Répartition des harmoniques d'espace sur les plans statoriques et rotoriques les machine $5 - 31$. Les harmoniques dont le coefficient de bobinage est nul ne sont pas représentés.

$u\backslash v$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0		$15p$									$5p$					
1			$1p$					$19p$		$11p$				$9p$		
2				$17p$		$13p$	$3p$								$7p$	

u.

II.1.3 Modélisation générale des application linéaires

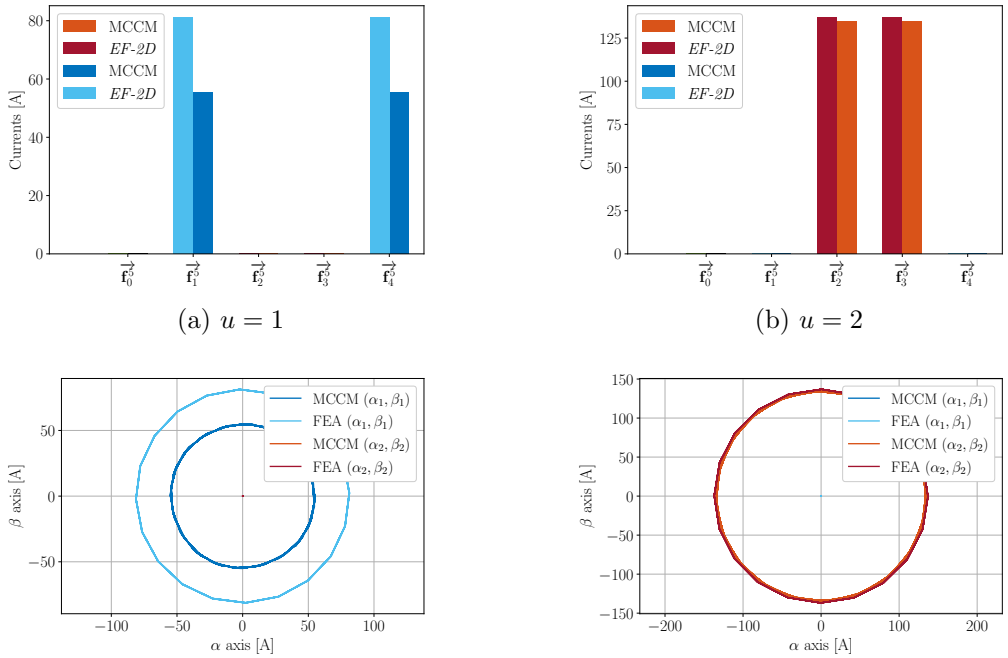
Les applications linéaires m_{ss} et m_{rr} représentent les effets inductifs des bobinages statorique et rotorique sur eux-mêmes. Leurs matrices associées, qu'elles soient exprimées dans les bases naturelles ou de Fortescue, sont similaires car les mêmes effets inductifs sont modélisés.

En fait, il est possible généraliser ces expressions et de calculer la matrice des inductances associée à l'application m_{xx} pour un bobinage de N phases et Q encoches dont la distribution est donnée par l'application d et la fonction de bobinage est donnée par l'application w. Pour les bases quelconques $\mathbf{A}^N$ et $\mathbf{A}^Q$, la matrice associée à m_{xx} est

$$\mathrm{mat}\left(\mathsf{m}_{xx}, \mathbf{A}^N, \mathbf{A}^N\right) = \frac{\mu_0}{g_e}\frac{2\pi R_g \ell_z}{Q} N_{cd}^2 \left[w_{\mathbf{A}}\right]\left[w_{\mathbf{A}}\right]^T + \ell N_{cd}^2 \left[d_{\mathbf{A}}\right]\left[d_{\mathbf{A}}\right]^T + \left[L_t\right] \tag{II.65}$$

où N_{cd} est le nombre de conducteurs par encoche, ℓ est l'inductance propre d'un conducteur, $[L_t]$ est la matrice des inductances des têtes de bobines et

$$\left[d_{\mathbf{A}}\right] = \mathrm{mat}\left(\mathsf{d}, \mathbf{A}^N, \mathbf{A}^Q\right) \tag{II.66}$$



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

(c) $u = 1$ (d) $u = 2$

FIGURE II.11 – Composantes de Fortescue et de Clarke du vecteur des courants statoriques de la machine $5 - 31$ pour une alimentation en tension sinusoïdale à vitesse libre

$$[w_{\mathbf{A}}] = \text{mat}\left(\mathsf{w}, \mathbf{A}^N, \mathbf{A}^Q\right). \tag{II.67}$$

Cette expression générale permet, à partir de la géométrie de la machine et de la distribution de bobinage, de calculer systématiquement la matrice des inductances de ce bobinage pour n'importe quelle base. En particulier, que le rotor soit à cage ou bobiné, la connaissance de la distribution du bobinage permet d'obtenir la matrice des inductances.

Sur le même principe, il serait possible de généraliser les expressions matricielles des applications r_s et r_r car elles dépendent aussi des bobinages statorique et rotorique.

Résumé de l'étude du modèle temporel

Les quelques exemples mettent en évidence la rapidité de la résolution temporelle du modèle des circuits couplés écrit dans les bases naturelles ou de Fortescue.

L'écriture dans les bases naturelle permet d'accéder directement à l'évolution naturelle des tensions, courants, flux, vitesse et couple. Les matrices contiennent les valeurs naturelles des résistances et des inductances des différentes phases de la machine. La résolution du modèle a permis de mettre en évidence la présence des harmoniques d'espace et leur influence, parfois cruciale, sur le comportement d'une machine.

L'écriture dans les bases de Fortescue permet, à moindre coût calculatoire, de prévoir les harmoniques présents pour une alimentation à séquence donnée et prévoir les couplages inter-séquence. Aussi, l'expression de l'application linéaire de couplage dans les bases de Fortescue permet, avec une grande concision, de prévoir immédiatement les couplages sans avoir à intégrer le modèle, sur la seule base du nombre de phases statoriques et rotoriques et de la polarité du bobinage. Il est donc aisé de régler correctement ces paramètres pour éviter l'excitation parasite des plans Fortescue ou de Clarke.

La comparaison des expressions des applications linéaires représentant les effets inductifs du stator et du rotor sur eux même a mis en évidence une généralisation possible de l'expression

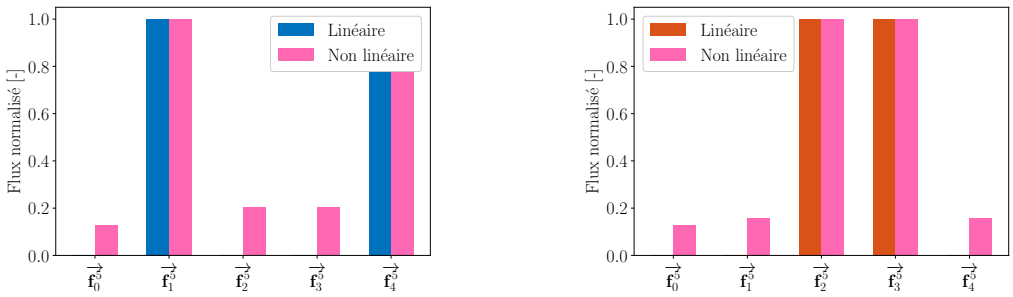
des matrices associées pour n'importe quel bobinage.

Les résultats présentés sont issus d'intégrations numériques réalisées avec des codes de calculs *Matlab* et *Python*. Les simulations *Matlab* peuvent utiliser *Simulink*, qui permet de traduire les équations temporelles en schéma-bloc, puis de les compiler. Cette compilation permet, pour une machine donnée, de résoudre les équations bien plus rapidement qu'un script interprété, tels que les scripts *Matlab* ou *Python*. Les scripts *Matlab* et *Python* développés pour cette thèse aboutissent aux mêmes résultats. Cependant, *Python* ne nécessite pas de licence logicielle coûteuse, contrairement à *Matlab*.

Dans les exemples présentés et pour un matériau linéaire, le couplage inter-séquence reste très faible. Cependant, dès que le matériau magnétique est réel et qu'il peut saturer, les couplages existants seront exacerbés et de nouveaux vont apparaître. En effet, la figure II.12 montre les composantes de Fortescue du vecteur de flux de phases statoriques de la machine $5-31$ pour une alimentation avec le vecteur de courant

$$\overrightarrow{i_s} = \sum_{n=0}^{N_s-1} I_s\sqrt{2}\cos\left(\frac{2\pi}{N_s}u\times n\right)\overrightarrow{\mathbf{n}_n^{N_s}} \tag{II.68}$$

avec $I_s = 200\text{A}$, suffisamment grand pour faire saturer un circuit magnétique réel. Un modèle éléments-finis magnétostatique permet d'étudier le comportement magnétique de cette machine avec un matériau linéaire et non linéaire. Comme vu précédemment avec la figure II.12, si le matériau est linéaire, les séquences sont découplées et une alimentation à la séquence u n'excite que le plan u. Cependant, avec un matériau non linéaire, type $M-45$, un couplage dû à la saturation apparaît. Cela est dû à un écrêtage du champ d'entrefer, ajoutant des harmoniques parasites. Ce phénomène est déjà connu sous le nom de *interplane cross-saturation* [66] mais est typique d'un fonctionnement non linéaire.



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

FIGURE II.12 – Projection du flux statorique dans $\mathbf{F}^{N_s}$ pour une alimentation de la machine $5-31$ en courant sinusoïdal. Le flux est normalisé par sa valeur maximale.

Des essais sur la machine $9-ND$ mettent en évidence le couplage inter-séquence non linéaire. Pour une alimentation identique à celle utilisée pour réaliser les essais présentés dans la sous-partie II.1.1, a machine est alimentée par un onduleur à 9 bras pilotés en modulation de largeur d'impulsion avec une fréquence de modulation $f_{MLI} = 10\text{kHz}$ et une porteuse de fréquence $f_p = 50\text{Hz}$. La tension du bus continu est fixée à 300V et l'indice de modulation vaut $m = 0.38$. Le rotor est laissé libre. Comme présentée précédemment, la machine se bloque lors de l'alimentation avec les séquences 1 et 2. Les figures II.13a à II.13d présentent les composantes de Fortescue du vecteur des courants statoriques pour l'alimentation en tension modulée. Pour chacune des séquences, tous les autres plans sont atteints de manière significative. Le circuit magnétique de la machine sature et présente un couplage inter-séquence important.

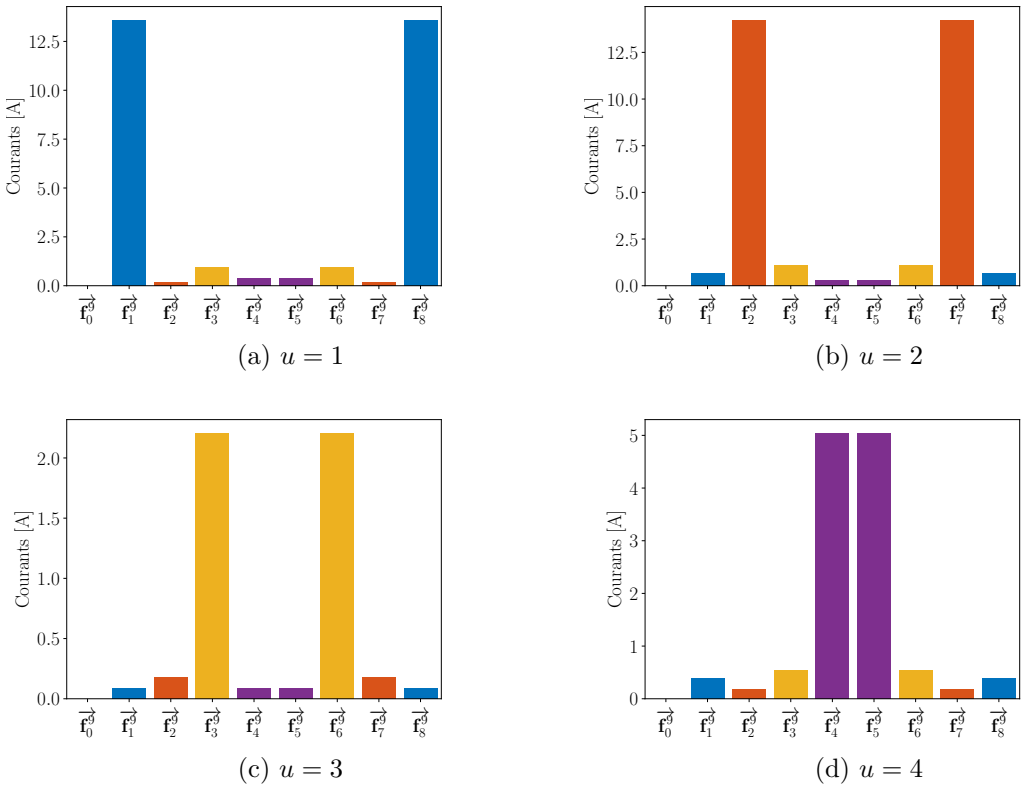


FIGURE II.13 – Composantes de Fortescue du vecteurs des courants des phases statoriques obtenus lors d'essais sur la machine $9 - ND$, avec une alimentation à tension modulée pour les quatre séquences

II.2 Approche fréquentielle : modèle circuit équivalent

Le modèle des circuits couplé exprimé dans les bases de Fortescue donne des informations cruciales sur la répartition des harmoniques tant lors du régime transitoire qu'en régime permanent. Écrire le système (II.56) sous l'hypothèse du régime permanent sinusoïdal permet de s'affranchir du transitoire, coûteux en temps de calcul, et l'hypothèse d'un couplage inter-séquence assez faible pour être négligé permet de simplifier le développement des calculs. Cette section s'attelle à écrire (II.56) sous les hypothèses d'une alimentation à tension sinusoïdale de séquence u

$$\overrightarrow{v_s} = V_s \sqrt{\frac{N_s}{2}} \left(e^{-j\theta_s} \overrightarrow{\mathbf{f}_u^{N_s}} + e^{j\theta_s} \overrightarrow{\mathbf{f}_{N_s-u}^{N_s}} \right) \tag{II.69}$$

créant un courant sinusoïdal sur cette même séquence

$$\overrightarrow{i_s} = I_s \sqrt{\frac{N_s}{2}} \left(e^{-j(\theta_s-\varphi_s)} \overrightarrow{\mathbf{f}_u^{N_s}} + e^{j(\theta_s-\varphi_s)} \overrightarrow{\mathbf{f}_{N_s-u}^{N_s}} \right). \tag{II.70}$$

Le stator génère une onde de force-magnétomotrice composée des harmoniques $v_s \in \mathcal{F}_u$. Comme seuls les harmoniques $v_s \in \mathcal{F}_u$ sont présents, les courants des barres rotoriques sont composés d'harmoniques directement liés aux harmoniques spatiaux [46], ainsi

$$\overrightarrow{i_r} = \sum_{v_s \in \mathcal{F}_u} \overrightarrow{i_{r,v_s}} = \sum_{v_s \in \mathcal{F}_u} \sum_{n_r=0}^{N_r-1} I_{r,v_s}\sqrt{2}\cos\left(\theta_{r,v_s} - \varphi_{r,v_s} - \frac{2\pi}{N_r} v_s \times n_r\right)$$
$$= \sum_{v_s \in \mathcal{F}_u} I_{r,v_s}\sqrt{\frac{N_r}{2}}\left(e^{-j(\theta_{r,v_s}-\varphi_{r,v_s})}\overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{\text{mod}(v_s,N_r)}} + e^{j(\theta_{r,v_s}-\varphi_{r,v_s})}\overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{\text{mod}(-v_s,N_r)}}\right) \quad \text{(II.71)}$$

où $\theta_{r,v_s} = \theta_s - v_s\theta_m$. Ces courants génèrent des ondes de force-magnétomotrice tournant aux vitesses $\omega_{r,v_s} = \omega_s - v_s\Omega_m$ Injecter (II.69), (II.70) et (II.71) dans (II.56) permet d'écrire deux équations de tensions, l'une au stator et l'autre au rotor.

II.2.1 Équation de tension statorique

Le développement de l'équation de tensions statorique et sa projection sur $\overrightarrow{\mathbf{f}^{N_s}_u}$ aboutit à l'équation équivalente monophasée suivante

$$V_s = (\mathcal{R}_{s,u} + j\omega_s\mathcal{L}_{s,u})\,\underline{I_s} + \sum_{v_s \in \mathcal{F}_u} \sum_{v_r \in \mathcal{F}_u \cap \mathcal{F}^R_{/v_s} \cap \mathbb{N}^*} j\,(\omega_s - (v_s - v_r)\Omega_m)\,N_r \underline{m_{sr,v_r}}\,\underline{I_{r,v_s}} e^{j(v_r - v_s)\theta_m} \quad \text{(II.72)}$$
$$- \sum_{v_r \in \mathcal{F}_u \cap \mathcal{F}^R_{/-v_s} \cap -\mathbb{N}^*} j\,(\omega_s - (v_s + v_r)\Omega_m)\,N_r \underline{m_{sr,v_r}}\,\underline{I^*_{r,v_s}} e^{j((v_r+v_s)\theta_m - 2\theta_s)}$$

Cette équation fait apparaître une contribution cyclique statorique avec le terme $\mathcal{R}_{s,u} + j\omega_s\mathcal{L}_{s,u}$ et une contribution due à chaque harmonique $v_s \in \mathcal{F}_u$. Par le biais du rotor de N_r phases, l'harmonique $v_s \in \mathcal{F}_u$ tournant à la vitesse ω_s va générer deux trains d'harmonique [16, 47]

— $v_r \in \mathcal{F}_{/v_s}$, tournant à la vitesse $\omega_s - v_r\Omega_m$,
— $v_r \in \mathcal{F}_{/-v_s}$, tournant à la vitesse $-\omega_s - v_r\Omega_m$.

Les harmoniques v_s et v_r ne vont interagir que si leur angle d'onde est égal, soit $|v_s| = |v_r|$, impliquant les deux conditions

$$v_s = v_r \Longrightarrow v_r \in \mathcal{F}_u \cap \mathcal{F}^R_{/v_s} \quad \text{(II.73)}$$

$$v_s = -v_r \Longrightarrow v_r \in \mathcal{F}_u \cap \mathcal{F}^R_{/-v_s}. \quad \text{(II.74)}$$

Cela conduit à deux types d'interactions :

— Type 1 : deux ondes tournant dans le même sens génèrent une onde résultante tournant à la vitesse $(v_r - v_s)\Omega_m$,
— Type 2 : deux ondes tournant dans deux sens opposés génèrent une onde résultante tournant à la vitesse $(v_r + v_s)\Omega_m - 2\omega_s$.

Ces interactions génèrent des forces électromotrices et donc des couples électromagnétiques de pulsation $\omega_{C_{emag}}$ valant

— Type 1 : $\omega_{C_{emag}} = (v_r - v_s)\Omega_m$,
— Type 2 : $\omega_{C_{emag}} = (v_r + v_s)\Omega_m - 2\omega_s$.

Les interactions de type 1 vont générer un couple constant si les angles d'onde sont égaux, indépendamment de la vitesse de rotation. Les interactions de type 2 vont générer un couple constant à des vitesses de rotations précises, ces couples sont connus sous la dénomination de « couples synchrones » [13, 37]. Dans les autres cas, les couples résultant de ces interactions seront des couples pulsatoires.

Les figures II.14 et II.15 représentent le couple électromagnétique de la machine $5-31$ obtenu par une simulation *EF-2D* ainsi que sa décomposition fréquentielle. La simulation est

faite pour une alimentation en tension sinusoïdale de valeur efficace 55V et de fréquence 50Hz pour la séquence 1 et pour un glissement de 5%. Pendant une seconde et avec une fréquence d'échantillonnage de 40kHz. D'après la figure II.14, le couple est composé d'une valeur moyenne à laquelle s'ajoutent des pulsations. La figure II.15 montre qu'il est principalement composé des fréquences {1425Hz, 2845Hz, 4517Hz, 4275Hz, 7362.5Hz, 10207Hz, 11880Hz, 14725Hz, 17570Hz}. Les pics à 1425Hz et 4275Hz correspondent aux pulsations multiples impaires de la vitesse de rotation. Les autres fréquences correspondent à des interactions d'harmoniques régies par les équations (II.73) et (II.74). Les pics de la figure II.15 sont annotés pour faire apparaître les couples d'harmoniques (v_s, v_r) mis en jeu.

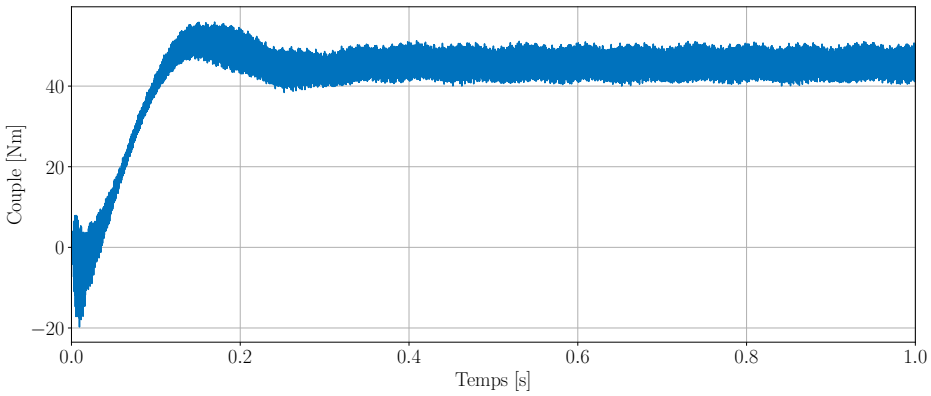


FIGURE II.14 – Couple en fonction du temps pour une alimentation en tension $55\text{V} - 50\text{Hz}$ à un glissement imposé à 5% pour la séquence 1 de la machine $5 - 31$ calculé par simulations *EF-2D* magnétodynamique linéaire

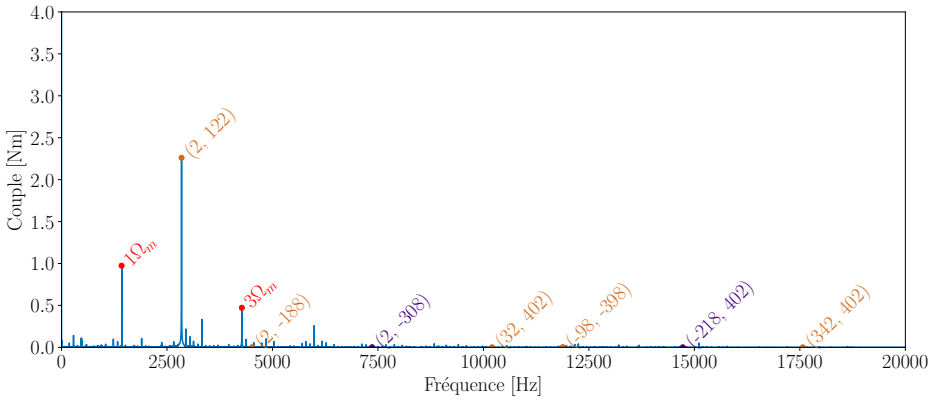


FIGURE II.15 – Couple en fonction de la fréquence pour une alimentation en tension $55\text{V} - 50\text{Hz}$ à la séquence 1 de la machine $5 - 31$. La décompositont faite à partir du couple de la figure II.14 et à partir de 0.5s, correspondant au début du régime permanent. Les interactions de type 1 sont en indigo et les interactions de type 2 sont en marron.

À part la raie positionnée à 2845Hz d'amplitude faible par rapport à l valeur moyenne du couple en régime établi, les pulsations dues aux interactions des harmoniques sont plutôt haute fréquence car dues à des harmoniques de haut rang. D'après la relation (II.72), la contribution des interactions est inversement proportionnelle à v_r^2, l'amplitude des raies de couple électromagnétique diminue donc rapidement. Les systèmes mécaniques ayant des comportements passe-bas, les pulsations du couple mécanique seront atténuées. Il peut être raisonnable de négliger ces pulsations, c'est-à-dire qu'il peut être raisonnable de considérer que le rotor ne

réplique que l'harmonique générateur. Dans ce cas, atteint quand le nombre de phases rotorique est grand et donnant $\mathcal{F}^R_{/v_s} = \{v_s\}$, la relation (II.72) devient simplement

$$V_s = (\mathcal{R}_{s,u} + j\omega_s \mathcal{L}_{s,u})\,\underline{I_s} + \sum_{v_s \in \mathcal{F}_u} j\omega_s N_r \underline{m_{sr,v_s}}\,\underline{I_{r,v_s}}, \tag{II.75}$$

Dans (II.75), seul le couple moyen est donc considéré et les couples pulsatoires sont négligées.

II.2.2 Équation de tension rotorique

Le développement de l'équation de tension rotorique projetée sur le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{v_r}}$, $v_r \in [\![1, N_r - 1]\!]$, aboutit à la relation monophasée suivante

$$\begin{aligned} 0 = &\sum_{v_s \in \mathcal{F}_u \cap \mathcal{F}^R_{/v_r}} \left((\mathcal{R}_{r,v_r} + j\omega_{r,v}\mathcal{L}_{r,v_r})\,\underline{I_{r,v_s}} + j\omega_{r,v} N_s \underline{m^*_{sr,v_s}}\,\underline{I_s} \right) e^{j\theta_{r,v_s}} \\ + &\sum_{v_s \in \mathcal{F}_u \cap \mathcal{F}^R_{/-v_r}} \left((\mathcal{R}_{r,v_r} - j\omega_{r,v_s}\mathcal{L}_{r,v_r})\,\underline{I^*_{r,v_s}} - j\omega_{r,v_s} N_s \underline{m_{sr,v_s}}\,\underline{I^*_s} \right) e^{-j\theta_{r,v_s}} \end{aligned} \tag{II.76}$$

car $\mathcal{R}_{r,\mathrm{mod}(v_s,N_r)} = \mathcal{R}_{r,\mathrm{mod}(-v_s,N_r)} = \mathcal{R}_{r,v_r}$ et $\mathcal{L}_{r,\mathrm{mod}(v_s,N_r)} = \mathcal{L}_{r,\mathrm{mod}(-v_s,N_r)} = \mathcal{L}_{r,v_r}$.

Comme (II.72), la tension, ici nulle car le rotor est court-circuité, est la somme de forces électromotrices dues à l'interaction d'harmoniques tournant dans des sens identiques et opposés. Dans le cas simplifié où le rotor ne reproduit que l'harmonique générateur, soit $v_s = v_r$, (II.76) devient simplement

$$\forall v_s \in \mathcal{F}_u, 0 = (\mathcal{R}_{r,v_s} + j\omega_{r,v_s}\mathcal{L}_{r,v_s})\,\underline{I_{r,v_s}} + j\omega_{r,v_s} N_s \underline{m_{sr,v_s}}\,\underline{I_s}. \tag{II.77}$$

II.2.3 Création du modèle circuit équivalent

Dans le cas où le rotor reproduit exactement l'onde statorique, le modèle des circuits couplés peut, sous hypothèses de régime permanent et de découplage des plans statoriques, se mettre sous la forme des deux équations monophasées équivalentes suivantes

$$\begin{cases} V_s = (\mathcal{R}_{s,u} + j\omega_s \mathcal{L}_{s,u})\,\underline{I_s} + \sum_{v_s \in \mathcal{F}_u} j\omega_s N_r \underline{m_{sr,v_s} I_{r,v_s}} \\ \forall v_s \in \mathcal{F}_u, \quad 0 = \left(\mathcal{R}_{r,\mathrm{mod}(v_s,N_r)} + j\omega_{r,v_s}\mathcal{L}_{r,\mathrm{mod}(v_s,N_r)}\right)\underline{I_{r,v_s}} + j\omega_{r,v_s} N_s \underline{m^*_{sr,v_s} I_s} \end{cases} \tag{II.78}$$

Pour rendre les équations statoriques et rotoriques synchrones, le glissement g_v de l'harmonique v

$$g_v = \frac{\omega_{r,v}}{\omega_s} = \frac{\omega_s - v\Omega_m}{\omega_s} \tag{II.79}$$

est introduit, donnant les équations de tensions suivantes

$$\begin{cases} V_s = (\mathcal{R}_{s,u} + j\omega_s \mathcal{L}_{s,u})\,\underline{I_s} + \sum_{v_s \in \mathcal{F}_u} j\omega_s N_r \underline{m_{sr,v_s} I_{r,v_s}} \\ \forall v_s \in \mathcal{F}_u, \quad 0 = \left(\dfrac{\mathcal{R}_{r,\mathrm{mod}(v_s,N_r)}}{g_v} + j\omega_s \mathcal{L}_{r,\mathrm{mod}(v_s,N_r)}\right)\underline{I_{r,v_s}} + j\omega_s N_s \underline{m^*_{sr,v_s} I_s} \end{cases} \tag{II.80}$$

Cette expression peut être travaillée pour faire apparaître les paramètres des modèles circuits équivalents classiques [13, 59]. Les équations (II.80) utilisent les inductances et résistances

cycliques rotoriques, exprimées pour un bobinage rotorique de N_r phases réparties dans Q_r encoches, chacune contenant $N_{cd,r}$ conducteurs. Il est alors nécessaire de ramener ces paramètres au stator, c'est-à-dire les exprimer pour un bobinage équivalent à $N'_r = N_s$ phases réparties dans $Q'_r = Q_s$ encoches chacune contenant $N'_{cd,r} = N_{cd,s}$ conducteurs.

En plus des paramètres électriques de la machine, les courants rotoriques doivent aussi être exprimés pour le bobinage équivalent. En introduisant le coefficient $\underline{\kappa_{sr,v}}$, qui sera défini par la suite, il est possible d'écrire

$$\underline{I_{r,v}} = \underline{\kappa_{sr,v}}\,\underline{I'_{r,v}}. \tag{II.81}$$

Pour garantir l'équivalence entre le modèle (II.80) et celui ramené au stator, il est nécessaire que les puissances actives et réactives des deux modèles soient égales. En particulier, la puissance électromagnétique $\mathcal{P}_{emag,v}$ générée par l'harmonique v peut s'écrire comme

$$\mathcal{P}_{emag,v} = N_r \frac{\mathcal{R}_{r,v}}{g_v} \left|\underline{I_{r,v}}\right|^2 = N_s \frac{\mathcal{R}'_{r,v}}{g_v} \left|\underline{I'_{r,v}}\right|^2 \tag{II.82}$$

et la puissance réactive $\mathcal{Q}_{r,v}$ consommée par l'harmonique v peut s'écrire comme

$$\mathcal{Q}_{r,v} = N_r \mathcal{L}_{r,v} \left|\underline{I_{r,v}}\right|^2 = N_s \mathcal{L}'_{r,v} \left|\underline{I'_{r,v}}\right|^2 \tag{II.83}$$

En utilisant la relation (II.81), il vient pour les inductances cycliques rotoriques

$$\mathcal{L}'_{r,v} = \frac{N_r}{N_s} \left|\underline{\kappa_{sr,v}}\right|^2 \mathcal{L}_{r,v} \tag{II.84}$$

et pour les résistances cycliques rotoriques

$$\mathcal{R}'_{r,v} = \frac{N_r}{N_s} \left|\underline{\kappa_{sr,v}}\right|^2 \mathcal{R}_{r,v} \tag{II.85}$$

Afin de définir le coefficient $\underline{\kappa_{sr,v}}$ présent dans les équations (II.81), (II.84) et (II.85) il faut étudier les équations de tensions de (II.80). En utilisant (II.81), l'équation de tension statorique devient

$$V_s = (\mathcal{R}_{s,u} + j\omega_s \mathcal{L}_{s,u})\underline{I_s} + \sum_{v \in \mathcal{F}_u} j\omega_s N_r \underline{m_{sr,v}}\,\underline{\kappa_{sr,v}}\,\underline{I'_{r,v}}. \tag{II.86}$$

L'inductance cyclique statorique de la séquence u peut être décomposée en un terme de fuite et une somme infinie des inductances magnétisantes des harmoniques de $\mathcal{F}_u$, ainsi

$$\mathcal{L}_{s,u} = \ell_{s,u} + \sum_{v \in \mathcal{F}_u} L_{m,v} \tag{II.87}$$

L'équation de tension statorique est alors assimilable à

$$V_s = (\mathcal{R}_{s,u} + j\omega_s \ell_{s,u})\underline{I_s} + \sum_{v \in \mathcal{F}_u} j\omega_s L_{m,v} \left(\underline{I_s} - \underline{I'_{r,v}}\right) \tag{II.88}$$

si le coefficient $\underline{\kappa_{sr,v}}$ est choisi égal à

$$\underline{\kappa_{sr,v}} = -\frac{L_{m,v}}{N_r \underline{m_{sr,v}}}. \tag{II.89}$$

D'après les expressions (I.60) et (II.19), ce coefficient est totalement défini par

$$\underline{\kappa_{sr,v}} = -\frac{Q_s N_{cd,s} \underline{K^*_{s,v}} \mathrm{sinc}\left(v\frac{\varepsilon_s}{2}\right)}{Q_r N_{cd,r} \underline{K_{r,v}} \mathrm{sinc}\left(v\frac{\varepsilon_r}{2}\right)}. \tag{II.90}$$

Quant à l'équation des tensions rotoriques, elle peut être développée pour donner

$$\forall v \in \mathcal{F}_u, \quad 0 = \left(\frac{N_r}{N_s} \left| \underline{\kappa_{sr,v}} \right|^2 \frac{\mathcal{R}_{r,\mathrm{mod}(v,N_r)}}{g_v} + j\omega_s \left(\frac{N_r}{N_s} \left| \underline{\kappa_{sr,v}} \right|^2 \mathcal{L}_{r,\mathrm{mod}(v,N_r)} - L_{m,v} \right) \right) \underline{I'_{r,v}} \\ -j\omega_s L_{m,v} \left(\underline{I_s} - \underline{I'_{r,v}} \right). \tag{II.91}$$

En introduisant l'indutance de fuite rotorique $\ell'_{r,v}$ égale à

$$\ell'_{r,v} = \mathcal{L}'_{r,v} - L_{m,v} \tag{II.92}$$

l'équation précédente devient simplement

$$\forall v \in \mathcal{F}_u, \quad 0 = \left(\frac{\mathcal{R}'_{r,v}}{g_v} + j\omega_s \ell'_{r,v} \right) \underline{I_{r,v}} - j\omega_s L_{m,v} \left(\underline{I_s} - \underline{I'_{r,v}} \right). \tag{II.93}$$

II.2.4 Équations équivalentes et circuit équivalent

Ainsi, les équations statoriques et rotoriques du modèle des circuits couplés permettent d'écrire les équations équivalentes monophasées suivantes

$$\begin{cases} V_s = (\mathcal{R}_{s,u} + j\omega_s \ell_{s,u}) \underline{I_s} + \sum_{v \in \mathcal{F}_u} j\omega_s L_{m,v} \left(\underline{I_s} - \underline{I'_{r,v}} \right) \\ \forall v \in \mathcal{F}_u, \quad j\omega_s L_{m,v} \left(\underline{I_s} - \underline{I'_{r,v}} \right) = \left(\dfrac{\mathcal{R}'_{r,v}}{g_v} + j\omega_s \ell'_{r,v} \right) \underline{I'_{r,v}}. \end{cases} \tag{II.94}$$

Ces équations peuvent être représentées sous forme d'un circuit électrique monophasé. De tels circuits sont présentés dans [13, 59] mais ces modèles comportent un certain nombre d'imprécisions notamment le nombre de conducteurs rotoriques égal à 0.5 ou 2 selon les sources et le coefficient de passage permettant de ramener les valeurs cycliques du rotor au stator qui souffre d'un certain nombre d'hypothèses sur les harmoniques et le bobinage rotorique considéré. Ici, la démarche de création du modèle circuit équivalent, basée sur la distribution et la fonction de bobinage, permet la construction automatique d'un modèle circuit en échelle prenant en compte tous les harmoniques d'une séquence donnée (figure II.16b). Il est alors possible, en fonction des besoins et des ressources de calcul de restreindre le modèle à un certain nombre d'harmoniques. En effet, restreindre $\mathcal{F}_u$ au fondamental p_u transforme le modèle circuit en échelle en modèle circuit équivalent monoharmonique en T (figure II.16a), bien connu dans la littérature [7, 9, 10].

De plus, il est possible d'enrichir ce modèle pour qu'il prenne en compte l'effet de peau dans les conducteurs rotoriques car potentiellement soumis à des courants harmoniques de haute fréquence. Cet effet est modélisé par l'ajout du coefficient d'effet de peau dans le calcul des résistances rotoriques comme

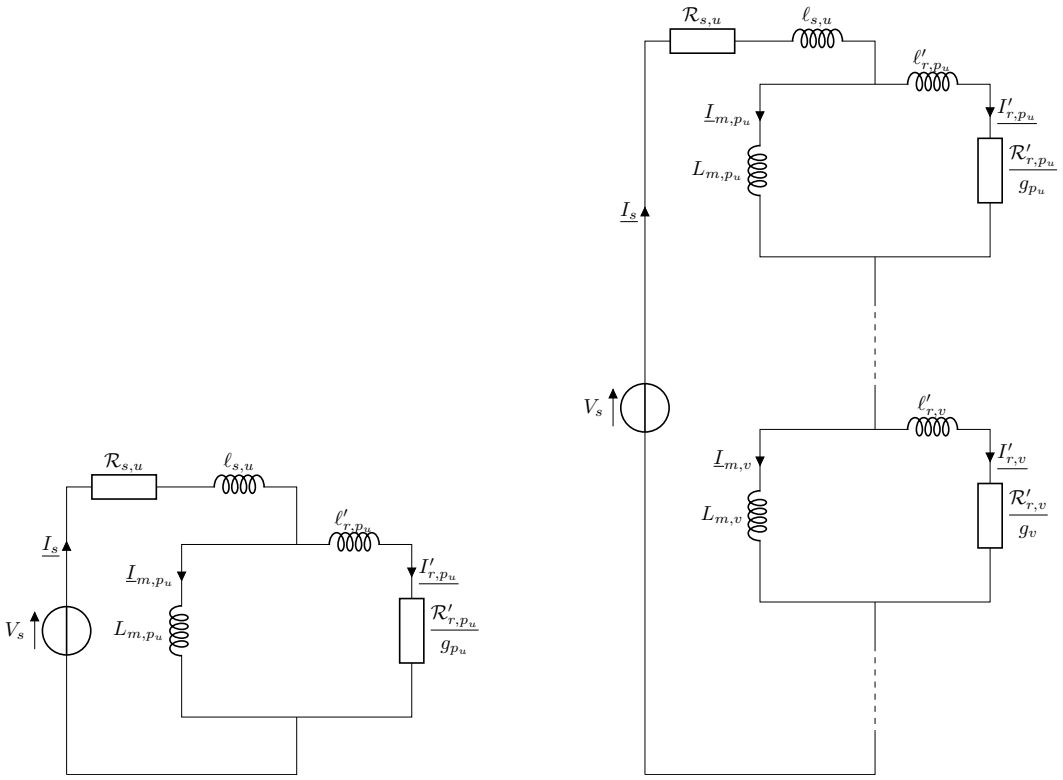
$$\mathcal{R}'_{r,v,AC} = \chi_v \frac{\sinh(2\chi_v) + \sin(2\chi_v)}{\cosh(2\chi_v) - \cos(2\chi_v)} \mathcal{R}'_{r,v} \tag{II.95}$$

où χ_v est l'épaisseur de peau réduite, définie à partir de la hauteur h_b d'une barre, de la conductivité $\sigma_{cond,r}$ des barres rotoriques, et de la fréquence $f_{r,v}$ du courant considéré par

$$\chi_v = h_b \sqrt{\mu_0 \pi |f_{r,v}| \sigma_{cond,r}} = h_b \sqrt{\mu_0 \pi |g_v| f_s \sigma_{cond,r}}. \tag{II.96}$$

L'évolution du coefficient d'effet de peau $k_r = \mathcal{R}'_{r,v,AC} / \mathcal{R}'_{r,v}$ en fonction du glissement harmonique g_v est présenté par la figure II.17. Cette modélisation de l'effet de peau suppose que l'effet de peau global est la somme des effets de peau dûs à chaque harmoniques.

Les équations monophasées (II.94) modélisent



(a) Modèle en T (b) Modèle « en échelle »

FIGURE II.16 – Circuits équivalents mono (a) et multi-harmoniques (b) pour une séquence donnée générant la famille d'harmoniques $\mathcal{F}_u$

— les pertes Joule statoriques via la résistance statorique $\mathcal{R}_{s,u}$,
— les fuites magnétiques statoriques via l'inductance de fuite $\ell_{s,u}$,
— les fuites magnétiques rotoriques via l'inductance de fuite $\ell'_{r,v}$,
— la magnétisation due à chaque harmonique via l'inductance magnétisante $L_{m,v}$,
— les pertes Joule rotoriques et la puissance électromagnétique via la résistance rotorique $\mathcal{R}'_{r,v}/g_v$.

Cependant, les pertes fer sont absentes. Lors des études au fondamental, une résistance est placée en parallèle de l'inductance magnétisante car les pertes sont créées par un champ magnétique tournant. Pour une étude multiharmonique, une résistance modélisant les pertes fer dues à la polarité v du champ, tournant à la vitesse ω_s/v peut-être mise en parallèle de chaque inductance magnétisante.

II.2.5 Analyse et résolution du modèle fréquentiel

Contrairement à (II.56), résoudre (II.94) est immédiat car aucune intégration n'est nécessaire. Les tensions, courants, flux en régime permanent sont directement accessibles et permettent de caractériser le comportement de la machine extrêmement rapidement. La puissance électromagnétique délivrée, égale à

$$\mathcal{P}_{emag} = \sum_{v\in\mathcal{F}_u} \mathcal{P}_{emag,v} = \sum_{v\in\mathcal{F}_u} N_s \frac{\mathcal{R}'_{r,v}}{g_v} I'^2_{r,v} \tag{II.97}$$

permet de calculer le couple électromagnétique, qui peut être approximé par [13]

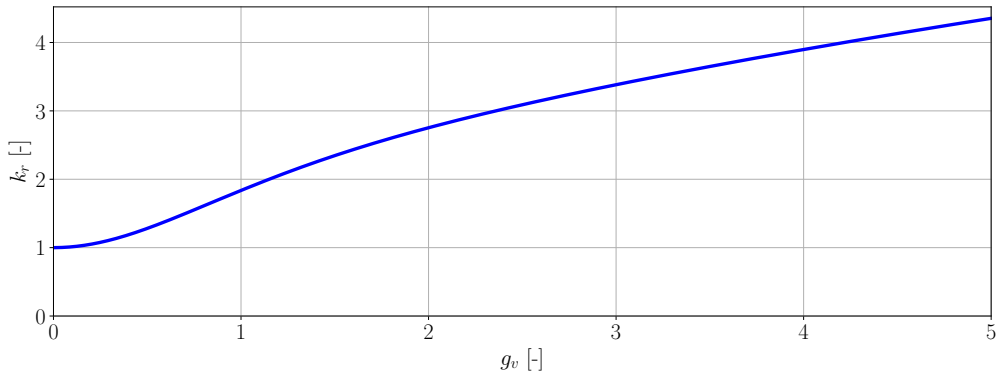


FIGURE II.17 – Coefficient d'effet de peau des résistances rotoriques

$$C_{emag} \approx \sum_{v \in \mathcal{F}_u} C_{emag,v} = \sum_{v \in \mathcal{F}_u} \frac{\mathcal{P}_{emag,v}}{\frac{\omega_s}{v}} = \sum_{v \in \mathcal{F}_u} N_s \frac{v}{\omega_s} \frac{\mathcal{R}'_{r,v}}{g_v} I'^2_{r,v}. \tag{II.98}$$

Aussi, la puissance électromagnétique due à l'harmonique v peut être décomposée en une puissance perdue par l'effet Joule dans les barres rotoriques

$$p_{J,r,v} = N_s \mathcal{R}'_{r,v} I'^2_{r,v} \tag{II.99}$$

et une puissance électro-mécanique $\mathcal{P}_{emeca,v}$ de telle sorte que la puissance électro-mécanique totale soit

$$\mathcal{P}_{emeca} = \sum_{v \in \mathcal{F}_u} \mathcal{P}_{emeca,v} = \sum_{v \in \mathcal{F}_u} N_s \frac{1 - g_v}{g_v} \mathcal{R}'_{r,v} I'^2_{r,v} \tag{II.100}$$

Ce cette manière, il est possible de calculer le couple mécanique disponible sur le rotor tournant à la vitesse Ω_m

$$C_{emeca} = \frac{\mathcal{P}_{emeca}}{\Omega_m} = \sum_{v \in \mathcal{F}_u} N_s \frac{1 - g_v}{\Omega_m g_v} \mathcal{R}'_{r,v} I'^2_{r,v} \tag{II.101}$$

auquel il faut retrancher le couple de perte mécanique, modélisé classiquement par un couple évoluant linéairement avec la vitesse

$$C_p = C_0 + f_0 \Omega_m \tag{II.102}$$

pour obtenir le couple utile.

Tracé des caractéristiques couple électromagnétique-glissement

Avec ce modèle et sans utiliser le coefficient d'effet de peau, il est donc possible de tracer très rapidement les caractéristiques couples-vitesses et ainsi prévoir le comportement mécanique d'une machine en régime permanent. Comme évoqué dans [13, 59] et montré par les équations (II.97), (II.98) et (II.101), tous les harmoniques d'espaces sont susceptibles de créer une puissance électromagnétique, un couple électro-magnétique et donc un couple mécanique. Ainsi, chaque harmonique sera associé à une caractéristique couple-vitesse, qui lui est propre et qui va s'annuler à la vitesse de synchronisme de cet harmonique, créant une gorge de couple sur la caractéristique totale.

Les figures II.18a à II.18d présente les quatre caractéristiques couple-glissement de la machine $9 - ND$. Pour la séquence $u = 1$, un couple harmonique est présent à basse vitesse. Il s'agit du

couple de l'harmonique $v = 10p$, s'annulant pour le glissement fondamental $g_{p_1} = 0.9$. Ce couple harmonique est très important, rend négatif le couple total entre les glissements 0.9 et 0.35, et entraine donc la machine dans un fonctionnement générateur empêchant le démarrage de cette séquence en boucle ouverte. Pour cette séquence et avec le modèle en T de la littérature, c'est-à-dire (II.94) dont la famille d'harmonique $\mathcal{F}_u$ est retreinte à $\{p_u\}$ représenté par les traits pointillés sur les figures II.18a à II.18d, ce phénomène de blocage n'aurait pas été prévu car le couple électromagnétique total resterait positif. Évidement pour des séquences mieux dimensionnées, telles que les séquences $u \in \{2, 3\}$, la différence entre le modèle restreint et le modèle en échelle est moindre. Finalement, pour les grandes séquences, comme ici avec la séquence 4, prendre en compte les harmoniques est important car le second harmonique, ici $v = -5p$, est en valeur absolue proche du fondamental, son influence ne sera donc *a priori* non négligeable.

Ces figures présentent aussi des résultats issus du modèle temporel développé dans la partie II.1. Ces courbes sont calculées en moyennant le couple électromagnétique de la machine en régime établi pour une alimentation en tensions sinusoïdale et à vitesse imposée. Évidement, chaque point nécessite d'intégrer numériquement le modèle des circuits couplés. Tracer la caractéristique couple-glissement par cette méthode est bien plus gourmande en ressources. Une bonne correspondance entre le modèle intégré et fréquentiel est observable à faible glissement. Cependant, des différences apparaissent dès le couple maximal dépassé.

Enfin, elles montrent les résultats d'essais réalisés sur la machine. Le couple électro-magnétique relevé expérimentalement est tracé en fonction de la vitesse de rotation. Pour obtenir ces points, la machine asynchrone est entrainée par une machine à courant continu, fixant la vitesse de rotation du rotor et est alimentée par un onduleur 9 phases piloté en modulation de largeur d'impulsion. Le matériel utilisé est similaire à celui présenté plus tard dans le chapitre IV. Un bilan de puissance permet de calculer la puissance électromagnétique et d'en déduire le couple électromagnétique développé par la machine $9 - ND$. Pour la séquence 1, comme la machine ne peut pas atteindre sa vitesse de synchronisme normale (voir sous-partie II.1.1), aucun relevé n'a été réalisé. Pour les trois autres séquences, il est observable que le couple calculé expérimentalement possède une valeur maximale proche de la valeur maximale prévue par le modèle temporel. Sur les séquences 2 et 4, les valeurs à glissement moyen et faible sont globalement proches de celles prévues par les deux modèles analytiques. Pour ces deux séquences, il est remarquable d'observer expérimentalement les couples harmoniques. Les deux modèles les prévoient aux bons glissements et avec des amplitudes proches de celles observées expérimentalement. Pour la séquence 3, le couple maximal est bien estimé par le modèle temporel et est surestimé par le modèle fréquentiel. Cependant, le modèle temporel sous-estime largement le couple à grand glissement, notamment car l'effet de peau n'est pas prit en compte dans l'intégration.

Les figures II.19a et II.19b présentent les deux caractéristiques couple-glissement de la machine à bobinage $9 - N$. Cette machine génère moins d'harmoniques, dont les inductances magnétisantes sont plus faibles. Ainsi, ses modèles circuits équivalent de chaque séquence comportent moins d'impédances harmoniques et l'impédance du fondamental est largement prédominante par rapport aux autres. Ainsi, les couples estimés en ne prenant en compte que le fondamental sont proches de ceux estimés en tenant compte de tous les harmoniques de séquence. Comme les seuls harmoniques présents sont associés à des facteurs de bobinage faibles, les couples harmoniques associés sont faibles et n'ont que peu d'importance sur le comportement global de la machine.

Il est intéressant de remarquer que l'effet « boîte de vitesse » due au changement de polarité est bien retranscrit par les modèles. En effet à même fréquence et même tensions, les basses polarités ont des vitesses de synchronisme plus grande que les hautes polarités mais ont des couples maximaux plus faibles. Aussi, les couples électromagnétiques calculés par le modèle temporel et le modèle fréquentiel ne sont pas confondus. Hors, par construction, le modèle circuit équivalent devrait donner exactement les mêmes résultats que le modèle des circuits

couplés.

Tracé des caractéristiques courant statorique-glissement

Parce que les équations de couple électromagnétique (II.24) et (II.98) ne sont que des estimateurs, il est aussi intéressant de comparer les valeurs efficaces des courants statoriques. Cette grandeur est facilement mesurable expérimentalement et sa modélisation dépend de l'impédance équivalente monophasée, fonction du nombre d'harmoniques considérés. En effet, le circuit équivalent sera constitué de plus ou moins d'étages et donc de plus ou moins d'impédances.

Les figures II.18e à II.18h présentent l'évolution de la valeur efficace du courant statorique en fonction du glissement pour les quatre séquences de la machine $9-ND$. Comme expliqué précédemment, si seul l'harmonique fondamental p_u de $\mathcal{F}_u$ est considéré, représenté en traits hachés, l'impédance équivalente est plus faible que lorsque tous les harmoniques sont pris en compte, en traits pleins. Cette machine générant beaucoup d'harmoniques, le courant statorique est donc surestimé si les modèles en T sont utilisés. Aussi, des courants harmoniques sont visibles et apparaissent aux glissements où la puissance électromagnétique générée par un harmonique s'annule, correspondant à une impédance rotorique infinie.

Comme précédemment, le courant statorique est calculé par résolution du modèle temporel et est tracé en pointillés. Comme pour les caractéristiques couple-glissement, un écart est présent entre le modèle temporel et fréquentiel. Cependant, les essais précédemment réalisés pour estimer le couple électromagnétique ont aussi permis d'acquérir la valeur efficace des courants statoriques et sont reportés sue les figures II.18e à II.18h. Les courants relevés lors des essais correspondent bien aux courants du modèle fréquentiel pour la séquence 2, correspondent aux courants du modèle temporel pour les séquences 3 et 4.

Les figures II.19c et II.19d présentent l'évolution du couple électromagnétique de la machine $9-D$ en fonction de son glissement. Comme évoqué précédemment, les résultats issus du modèle fréquentiel mono ou multiharmoniques sont quasiment confondus car le bobinage génère moins d'harmoniques. Cependant, une différence existe encore entre les résultats du modèle temporel et fréquentiel.

II.2.6 Résumé de l'étude du modèle fréquentiel

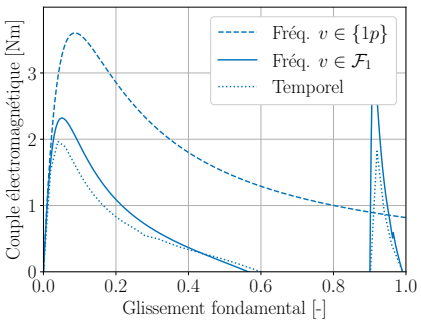
Le modèle fréquentiel est un puissant outil pour prévoir, à moindre coût calculatoire, le comportement d'une machine asynchrone. Le modèle est créé à partir des équations du modèle temporel, dont les hypothèses sont

— un matériau linéaire et
— un champ d'entrefer radial,

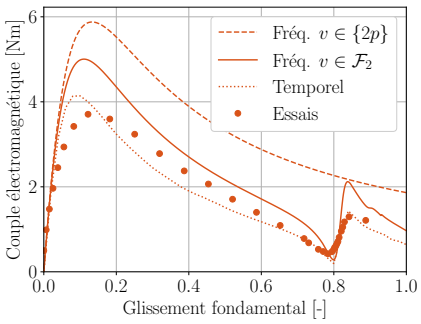
auxquelles sont rajoutées les hypothèses

— du régime permanent,
— d'une alimentation monoséquence sinusoïdale,
— d'un découplage des séquences,
— d'un rotor à grand nombre de barres, suffisant pour ne répliquer qu'un seul harmonique.

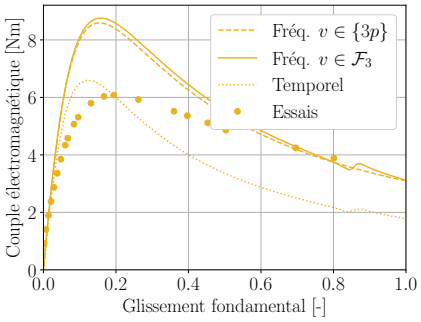
Sous ces hypothèses, le modèle des circuits couplés se met sous la forme de $N+1$ équations, N étant le nombre d'harmoniques considérés. Ces équations peuvent prendre la forme d'un circuit monophasé équivalent, dont la forme et la valeur des composants dépendent de la séquence choisie. Le modèle peut donc être monoharmonique ou multiharmonique et devient un modèle ne dépendant plus que du glissement imposé et donc de la vitesse de rotation. Les équations de ce modèle, dit fréquentiel, sont des équations complexes indépendantes du temps dont la résolution est instantanée. De plus, il fait apparaître les couples harmoniques aux glissements nuls des harmoniques considérés et qui peuvent gêner le fonctionnement de la machine. Prendre en compte les harmoniques permet de retranscrire des comportements problématiques de la



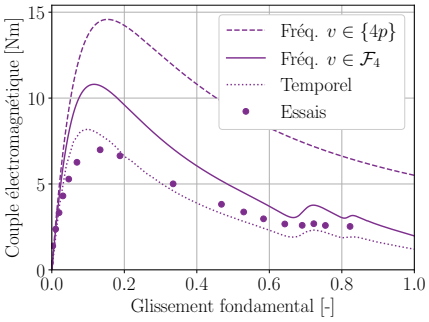
(a) $u = 1$



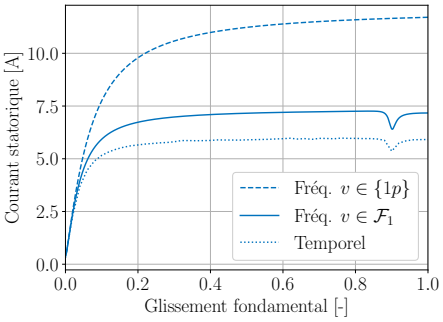
(b) $u = 2$



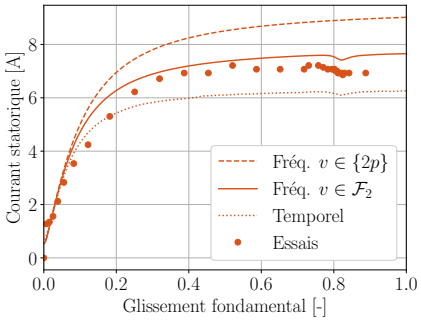
(c) $u = 3$



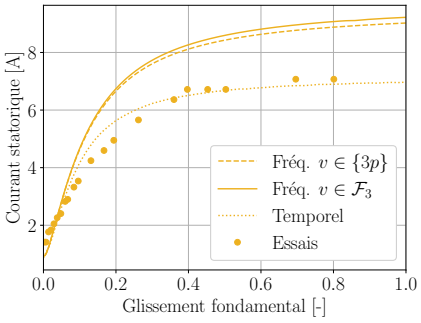
(d) $u = 4$



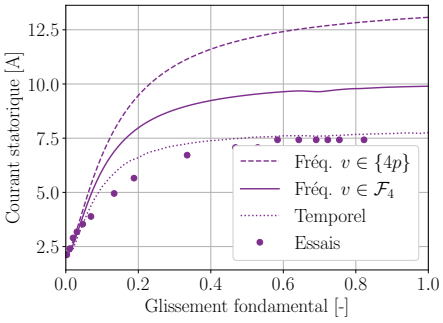
(e) $u = 1$



(f) $u = 2$

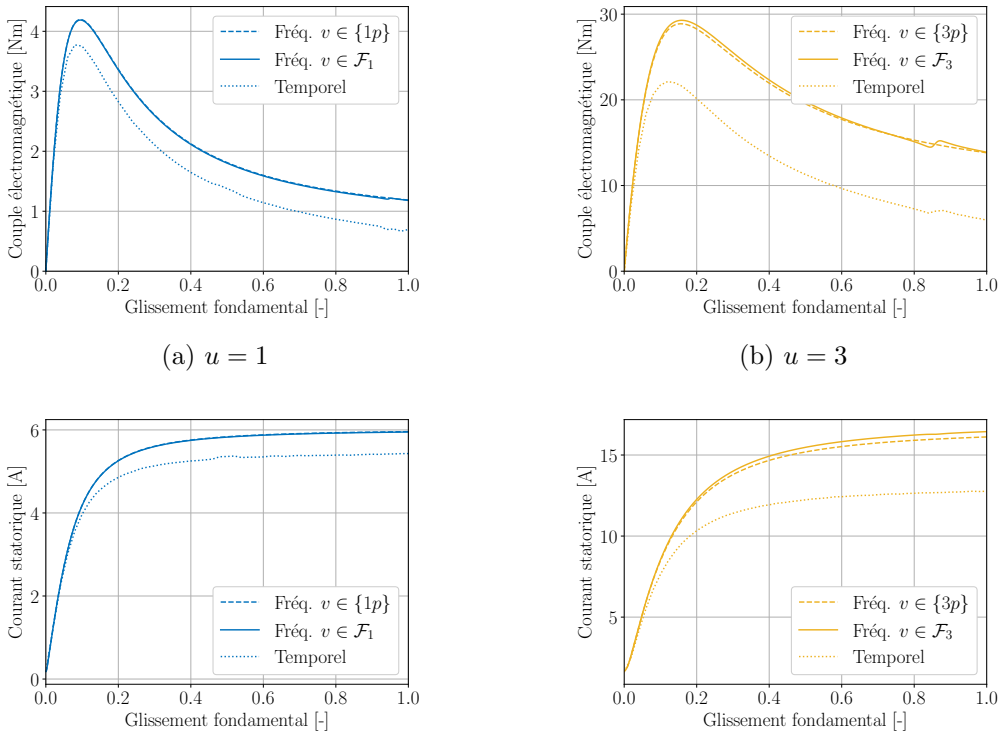


(g) $u = 3$



(h) $u = 4$

FIGURE II.18 – Caractéristiques couple électromagnétique-glissement et courant statorique - glissement de la machine $9-ND$ pour une alimentation en tension sinusoïdale 30V – 50Hz. Les courbes sont obtenues par intégration du modèle temporel, par résolution du modèle fréquentiel ou par essais sur le prototype 9-phases



(a) $u = 1$ (b) $u = 3$

(c) $u = 1$ (d) $u = 3$

FIGURE II.19 – Caractéristiques couple-glissement et courant statorique glissmeent de la machine $9 - D$ pour une alimentation en tension sinusoïdale $55\text{V} - 50\text{Hz}$

machine, mettre en évidence des phénomènes parasites et de modifier la conception et le contrôle pour en atténuer les effets.

Le lien avec le modèle des circuits couplés devrait en faire un outil pour trouver immédiatement le régime permanent du modèle temporel, cependant les valeurs de couple et de courant calculés par les deux modèles ne concordent pas exactement et à tendance à surestimer les couples et courants réels. Des investigations sont encore à mener.

II.3 Conclusion

Ce chapitre étudie deux modèles de machine asynchrone bien connus de la littérature en triphasé mais ici généralisés aux machines polyphasées à bobinage symétrique à nombre entier d'encoches par paire de pôles et par par phase.

Le premier modèle, nommé ici modèle des circuits couplés, est basé sur l'écriture vectorielle des équations temporelles des tensions dans les phases statoriques et rotoriques. D'une manière formelle, ces équations peuvent être mises sous forme matricielle dépendant de la base vectorielle choisie. La base naturelle renseigne sur les variations naturelles des tensions, courants et flux. Les bases de Fortescue ou de Clarke informent sur leur contenu séquentiel et harmonique. Ainsi, le modèle des circuits couplés, notamment par le couplage stator-rotor, permet de mettre en évidence le couplage inter-séquence, un phénomène peu étudié en régime linéaire. En effet, par le biais du miroir magnétique déformant qu'est le rotor et le phénomène de recouvrement spectral, les harmoniques générés par le stator ne sont pas les seuls dans l'entrefer. Le rotor peut déformer l'onde de force-magnétomotrice et créer certains harmoniques des autres séquences. Un certain nombre de paramètres peuvent être ajustés pour limiter, voire annuler ce phénomène, comme changer le bobinage statorique ou le nombre de barres rotoriques. Il est intéressant de

remarquer qu'avec un nombre de barres respectant les règles de conception classiques pour les machines triphasées, le rotor peut être mal dimensionné vis-à-vis du couplage inter-séquence.

Le second modèle, nommé ici modèle circuit équivalent, est obtenu par l'étude en régime permanent du modèle des circuits couplés exprimé dans les bases de Fortescue. En supposant que le rotor ne réplique que les harmoniques statoriques, les $N_s + N_r$ équations du modèle temporel sont transformées en $N + 1$ équations indépendantes du temps, N étant le nombre d'harmoniques étudiés. Ces équations sont les équations de tensions statoriques, exprimant la force électromotrice statorique comme la somme des forces électromotrices harmoniques, et les équations rotoriques harmoniques, exprimant la décomposition de la *FEM* harmonique en une fuite magnétique et une tension ohmique due aux barres. Ces équations permettent de créer un modèle circuit équivalent prenant en compte les harmoniques d'espace et dont les paramètres et la forme dépend de la séquence utilisée. Le modèle résultant est un circuit d'impédances, sa résolution est instantanée et permet de tracer les caractéristiques dimensionnantes de la machine. Les exemples étudiés mettent en évidence les couples harmoniques caractéristiques de la présence d'harmoniques d'espace. Par construction, le régime permanent du modèle des circuits couplés devrait être directement donné par le modèle circuit équivalent. Les exemples présentés ici montrent que des différences entre les couples ou courants statoriques peuvent subvenir.

Ces deux modèles permettent de connaître rapidement le comportement transitoire et permanent d'une machine asynchrone, à cage ou non. Ils tracent les caractéristique couple-glissement et courant-glissement de la machine pour chacune de ses séquences et donc de ses polarités. L'effet « boîte de vitesse » caractéristique de la commutation de pôles est clairement observable avec ces modèles. Ils sont basés sur l'hypothèse d'un entrefer lisse et de matériaux magnétiques linéaires. Cette linéarité permet de décomposer les flux et de simplifier les expressions des inductances propres, mutuelles et magnétisantes. Cependant, les matériaux réels ne sont pas linéaires et les inductances dépendent de l'état magnétique de la machine, ce qui n'est pas retranscrit dans les deux modèles précédents.

Chapitre III

Modèles de réseau de réluctances

III.1 Construction du réseau 82
III.1.1 Modélisation du stator 82
III.1.2 Modélisation du rotor 83
III.1.3 Modélisation de l'entrefer 84
III.1.4 Réseau complet 85
III.2 Mise en équation du réseau 86
III.2.1 Théorèmes d'Ampère : loi des mailles 87
III.2.2 Conservation du flux : loi des nœuds 89
III.2.3 Fermeture du modèle 90
III.2.4 Résolution numérique 90
III.3 Comparaison magnétostatique 90
III.3.1 Réseau de réluctances avec matériau linéaire 91
III.3.2 Réseau de réluctances avec matériau non linéaire 96
III.4 Conclusion 103

Un réseau de réluctances est constitué d'un nombre fini de nœuds reliés entre eux par un certain nombre de réluctances de longueurs et de sections connues, mais de perméabilités *a priori* indéterminées. Possédant un nombre « faible » d'inconnues, ce réseau est plus rapide à résoudre qu'un modèle éléments finis mais moins précis. L'amélioration des performances informatiques a permis d'utiliser massivement les modèles éléments finis. Dans l'optique de prédimensionner une machine asynchrone, un réseau de réluctance permet, à moindre coût calculatoire, d'obtenir une tendance du comportement de cette machine. En effet, comme seul le trajet principal du champ est considéré, un certain nombre d'informations sont perdues au profit de la simplicité du modèle. Une section de machine est donc modélisée par un réseau de réluctances, chacune représentant le trajet local du champ dans le fer ou l'entrefer. Connaissant le courant circulant dans les encoches statoriques et rotoriques, un certain nombre de théorèmes d'Ampère et de lois des nœuds peuvent être écrits pour lier les grandeurs géométriques, magnétiques et électriques entre elles. Agréger ces lois sous la forme d'un système matriciel inversible permet de connaître l'état magnétique d'une section de machine pour une alimentation et une position données.

Ce chapitre présente comment créer un réseau de réluctance simple modélisant une section de machine asynchrone polyphasée. Les deux premières sections s'attellent à construire puis mettre en équations le réseau de réluctance. La représentation vectorielle permet d'imposer directement l'excitation magnétique peu importe la topologie choisie, constituant une contribution. La résolution des équations permet l'accès à des grandeurs caractéristiques telles que les flux des phases statoriques et rotoriques, les inductances magnétisantes ou les cartes de champ

magnétique, pour n'importe quelle séquence d'alimentation, pour un matériau magnétique linéaire et surtout pour un matériau non linéaire. La troisième section compare les résultats du réseau de réluctance à des simulations éléments-finis magnétostatiques pour un matériau linéaire ou non.

III.1 Construction du réseau

Une machine asynchrone est constituée d'un stator de Q_s encoches et d'un rotor de Q_r encoches. Dans l'encoche statorique indexée q_s sont logés $N_{cd,s}$ conducteurs, et dans l'encoche rotorique indexée q_r sont logés $N_{cd,r}$ conducteurs. Dans la base naturelle, le vecteur des courants circulant dans les encoches statoriques peuvent être déterminé simplement par le vecteur des courants des phases statoriques et la matrice de distribution de bobinage

$$\left[\overrightarrow{i_{q_s}}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} = N_{cd,s}\,[d_s]^T \left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} \tag{III.1}$$

et il en va de même pour lier le vecteur des courants des phases rotoriques au vecteur des courants des encoches rotoriques

$$\left[\overrightarrow{i_{q_r}}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}} = N_{cd,r}\,[d_r]^T \left[\overrightarrow{i_r}\right]_{\mathbf{N}^{N_r}}. \tag{III.2}$$

Au stator comme au rotor, l'encoche est entourée de deux dents en matériau magnétique, d'une portion périphérique en matériau magnétique et d'une zone d'ouverture d'encoche constituée de matériau magnétique et d'air. Dans l'optique d'utiliser le réseau de réluctances comme un outil de prédimensionnement, seul le trajet principal du champ est étudié et il est considéré uniforme dans chacune des portions présentées ci-après. Le champ magnétique est considéré radial dans les dents ainsi que dans l'entrefer et orthoradial dans les portions périphériques.

III.1.1 Modélisation du stator

La figure III.1a présente une portion de stator. Une zone est constituée de l'encoche q_s, de l'ouverture d'encoche localisée entre les entre les points O_{s,q_s} et O_{s,q_s+1}, de la portion périphérique localisée entre les points Y_{s,q_s} et Y_{s,q_s+1} et de la dent localisée entre les points Y_{s,q_s} et O_{s,q_s}. Le champ étant supposé uniforme et constant dans l'ouverture, dans la portion périphérique et dans la dent, chaque partie peut être modélisée par une réluctance comme montré sur la figure III.1b.

La réluctance d'ouverture d'encoche de la zone q_s, notée $\mathcal{R}_{o_s,q_s}$ et parcourue par le flux ϕ_{o_s,q_s}, de section S_{o_s} est composée d'un trajet de longueur ℓ_{o_s} dans le fer de perméabilité μ_{o_s,q_s} et d'un trajet de longueur $\ell_{o_s,0}$ dans l'air de perméabilité μ_0

$$\mathcal{R}_{o_s,q_s} = \frac{\ell_{o_s,0}}{\mu_0 S_{o_s}} + \frac{\ell_{o_s}}{\mu_{o_s,q_s} S_{o_s}}. \tag{III.3}$$

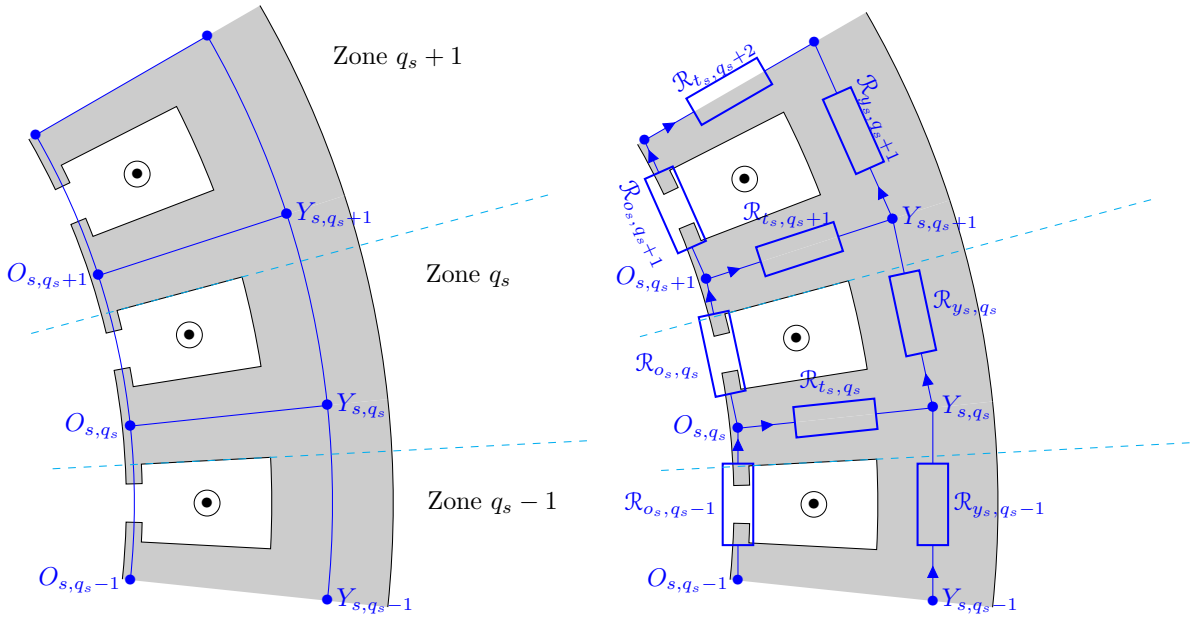
La réluctance de dent de la zone q_s, notée $\mathcal{R}_{t_s,q_s}$ et parcourue par le flux ϕ_{t_s,q_s}, de section S_{t_s} est composée d'un trajet de longueur ℓ_{t_s} dans le fer de perméabilité μ_{t_s,q_s}

$$\mathcal{R}_{t_s,q_s} = \frac{\ell_{t_s}}{\mu_{t_s,q_s} S_{t_s}}. \tag{III.4}$$

La réluctance de la portion périphérique de la zone q_s, notée $\mathcal{R}_{y_s,q_s}$ et parcourue par le flux ϕ_{y_s,q_s}, de section S_{y_s} est composée d'un trajet de longueur ℓ_{y_s} dans le fer de perméabilité μ_{y_s,q_s}

$$\mathcal{R}_{y_s,q_s} = \frac{\ell_{y_s}}{\mu_{y_s,q_s} S_{y_s}}. \tag{III.5}$$

La modélisation du stator se fait donc en introduisant Q_s flux d'ouverture, Q_s flux de dent et Q_s flux de périphérie, soit $3Q_s$ inconnues.



(a) Zone statorique et lignes de champ (b) Réseau de réluctances correspondant

FIGURE III.1 – Zone statorique, lignes de champ principales et réseau de réluctance correspondant

III.1.2 Modélisation du rotor

La figure III.2a présente une portion de rotor. Une zone est constituée de l'encoche q_r, de l'ouverture d'encoche localisée entre les entre les points O_{r,q_r+1} et O_{r,q_r}, de la portion périphérique localisée entre les points Y_{r,q_r+1} et Y_{r,q_r} et de la dent localisée entre les points Y_{r,q_r} et O_{r,q_r}. Le champ étant supposé uniforme et constant dans l'ouverture, dans la portion périphérique et dans la dent, chaque partie peut être modélisée par une réluctance comme montré sur la figure III.2b.

La réluctance d'ouverture d'encoche de la zone q_r, notée $\mathcal{R}_{o_r,q_r}$ et parcourue par le flux ϕ_{o_r,q_r}, de section S_{o_r} est composée d'un trajet de longueur ℓ_{o_r} dans le fer de perméabilité μ_{o_r,q_r} et d'un trajet de longueur $\ell_{o_r,0}$ dans l'air de perméabilité μ_0

$$\mathcal{R}_{o_r,q_r} = \frac{\ell_{o_r,0}}{\mu_0 S_{o_r}} + \frac{\ell_{o_r}}{\mu_{o_r,q_r} S_{o_r}}. \tag{III.6}$$

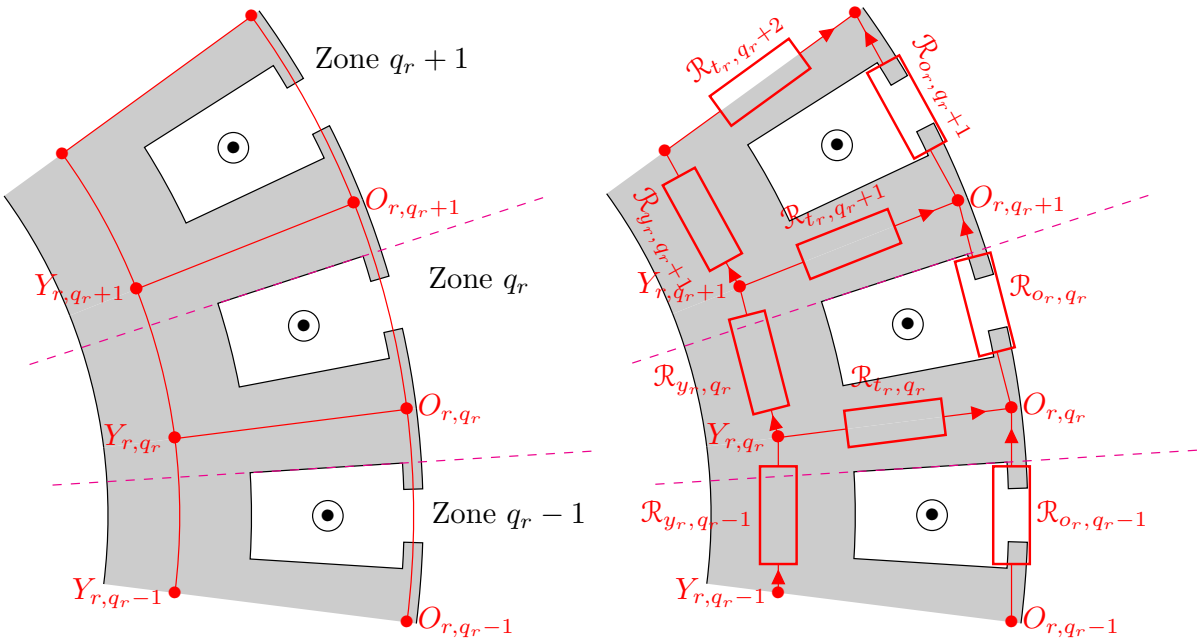
La réluctance de dent de la zone q_r, notée $\mathcal{R}_{t_r,q_r}$ et parcourue par le flux ϕ_{t_r,q_r}, de section S_{t_r} est composée d'un trajet de longueur ℓ_{t_r} dans le fer de perméabilité μ_{t_r,q_r}

$$\mathcal{R}_{t_r,q_r} = \frac{\ell_{t_r}}{\mu_{t_r,q_r} S_{t_r}}. \tag{III.7}$$

La réluctance de la portion périphérique de la zone q_r, notée $\mathcal{R}_{y_r,q_r}$ et parcourue par le flux ϕ_{y_r,q_r}, de section S_{y_r} est composée d'un trajet de longueur ℓ_{y_r} dans le fer de perméabilité μ_{y_r,q_r}

$$\mathcal{R}_{y_r,q_r} = \frac{\ell_{y_r}}{\mu_{y_r,q_r} S_{y_r}}. \tag{III.8}$$

La modélisation du rotor se fait donc en introduisant Q_r flux d'ouverture, Q_r flux de dent et Q_r flux de périphérie, soit $3Q_r$ inconnues.



(a) Zone rotorique et lignes de champ

(b) Réseau de réluctances correspondant

FIGURE III.2 – Zone rotorique, lignes de champ principales et réseau de réluctance correspondant

III.1.3 Modélisation de l'entrefer

L'entrefer constitue l'espace le plus important du réseau de réluctances. L'air ayant une perméabilité très faible, c'est lui qui emmagasine la majorité de l'énergie magnétique de la machine. Les lignes de champ sont supposées radiales et filent d'une dent statorique à une dent rotorique si elles sont en vis-à-vis, c'est-à-dire si leurs fer se font face. Le point O_{s,q_s} de la dent statorique q_s est positionné à l'angle $\alpha_s\left(q_s-\frac{1}{2}\right)$, le point O_{r,q_r} de la dent rotorique q_r est positionné à l'angle $\theta_m+\alpha_r\left(q_r-\frac{1}{2}\right)$ [54]. Le bec statorique possède un étalement angulaire $\alpha_s-\varepsilon_s$, le bec rotorique possède un étalement angulaire $\alpha_r-\varepsilon_r$.

La réluctance entre les dents statorique q_s et rotorique q_r dépend de la surface de vis-à-vis entre les deux becs des dents, notée S_{g,q_s,q_r}, dépendant de la position relative Δ_{q_s,q_r} des dents entre elles. Trois cas sont alors à distinguer :

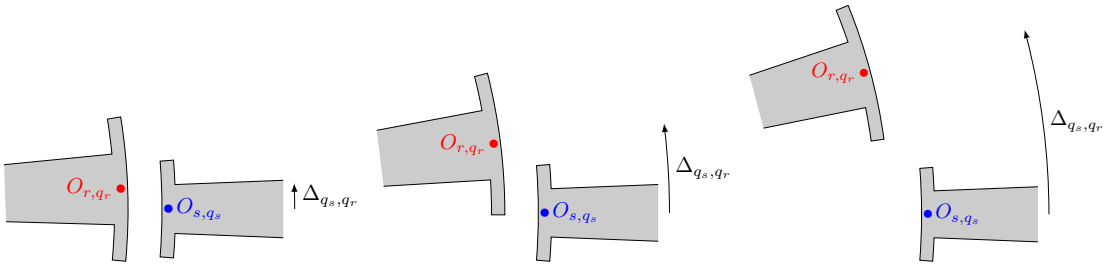
- la surface d'un bec englobe totalement la surface de l'autre bec, la surface de vis-à-vis est maximale et vaut la surface minimale des deux becs (figure III.3a).
- une partie des deux becs se fait face, la surface de vis-à-vis est une fonction linéaire de la position relative Δ_{q_s,q_r} (figure III.3b),
- les deux becs ne sont pas en vis-à-vis, la surface de vis-à-vis est nulle impliquant une réluctance infinie (figure III.3c),

Le vis-à-vis complet (figure III.3a) est atteint quand la différence de position n'est pas suffisante pour faire déborder une dent par rapport à l'autre, soit

$$|\Delta_{q_s,q_r}| \leq \left|\frac{\alpha_s-\varepsilon_s}{2}-\frac{\alpha_r-\varepsilon_r}{2}\right|, \tag{III.9}$$

donnant une surface de vis-à-vis maximale égale à

$$S_{max}=\min\left(\frac{D_{i,s}}{2}\alpha_s p_{t,s}\ell_z, \frac{D_{e,r}}{2}\alpha_r p_{t,r}\ell_z\right), \tag{III.10}$$



(a) Vis-à-vis complet (b) Vis-à-vis partiel (c) Pas de vis-à-vis

FIGURE III.3 – Trois différents cas de vis-à-vis dentaire

l'absence de vis-à-vis (figure III.3c) est atteint quand la différence de position est supérieure à la somme des demi-étalements, soit

$$|\Delta_{q_s,q_r}| > \frac{\alpha_s - \varepsilon_s}{2} + \frac{\alpha_r - \varepsilon_r}{2} \tag{III.11}$$

et le vis-à-vis partiel (figure III.3b) est atteint dans les autres cas et fait diminuer linéairement la surface de vis-à-vis quand la position relative augmente, donnant l'évolution de la surface de vis-à-vis présenté par la figure III.4.

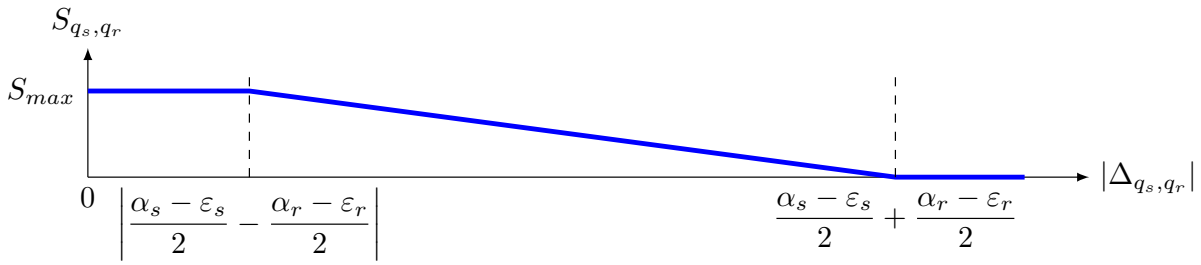


FIGURE III.4 – Dépendance de la surface de vis-à-vis par rapport à la différence de position

Connaissant la surface d'entrefer liant les dents q_s et q_r, il est possible de calculer la réluctance de cette portion d'entrefer

$$\mathcal{R}_{g,q_s,q_r} = \frac{g}{\mu_0 S_{q_s,q_r}}. \tag{III.12}$$

La modélisation de l'entrefer introduit Q_g inconnues. A priori, Q_g n'est pas connu mais de valeur relativement constante et au moins α_r-périodique. Pour une géométrie de machine classique, où les nombres de dents statorique et rotorique sont proches, il semble vraisemblable de dire que les dents sont liées à 1 ou 2 autres dents. Comme le montre la figure III.5, le nombre de réluctances d'entrefer nécessaire à la modélisation d'une machine $(Q_s, Q_r) = (24, 23)$ varie entre 34 et 36, soit approximativement $1.5Q_r$ et $1.5Q_s$. La topologie du réseau dépend donc de la position du rotor.

III.1.4 Réseau complet

Les différents sous-parties précédentes présentent comment créer un réseau de réluctances simple. Une certaine géométrie de machine, par exemple celle de la figure III.6a peut être modélisée par le réseau de réluctances de la figure III.6b comprenant $3Q_s + 3Q_r + Q_g$ réluctances et flux.

La partie suivante s'attèlera à mettre en équation puis résoudre le réseau.

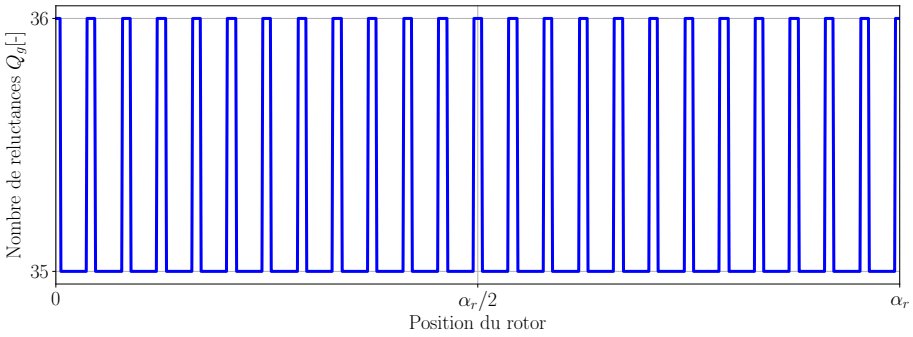
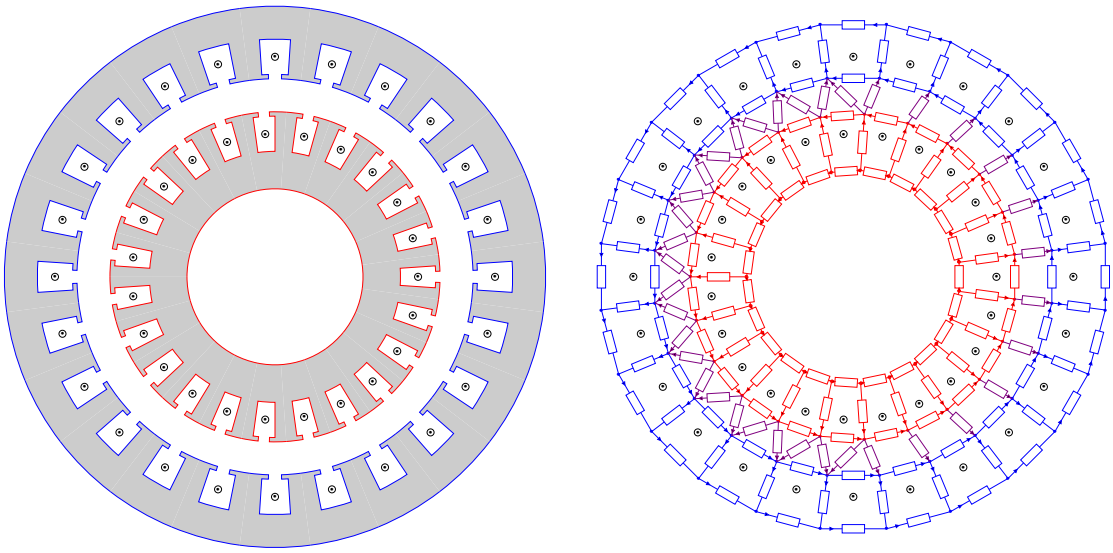


FIGURE III.5 – Nombe d'inconnues Q_g d'une machine $(Q_s, Q_r) = (24, 23)$ en fonction de la position du rotor



(a) Section d'une machine

(b) Réseau de réluctances

FIGURE III.6 – Section et réseau de réluctance d'une machine $(Q_s, Q_r) = (24, 23)$ pour $\theta_m = 0$rad. Par soucis de visualisation, l'entrefer est largement augmenté.

III.2 Mise en équation du réseau

La partie III.1 présente comment créer un réseau de réluctances simple à partir de la géométrie d'une machine à cage. La résolution de ce réseau, à courants d'encoches connus, nécessite d'écrire $3Q_s + 3Q_r + Q_g$ équations pour déterminer toutes les inconnues issues de la modélisation. Pour cela, les flux statoriques et rotoriques sont représentés par les vecteurs suivants

— $\overrightarrow{\phi_{o_s}} = \sum_{q_s=0}^{Q_s-1} \phi_{o_s,q_s} \overrightarrow{\mathbf{n}_{q_s}^{Q_s}}$ représentant les flux dans les Q_s ouvertures statoriques,

— $\overrightarrow{\phi_{t_s}} = \sum_{q_s=0}^{Q_s-1} \phi_{t_s,q_s} \overrightarrow{\mathbf{n}_{q_s}^{Q_s}}$ représentant les flux dans les Q_s dents statoriques,

— $\overrightarrow{\phi_{y_s}} = \sum_{q_s=0}^{Q_s-1} \phi_{y_s,q_s} \overrightarrow{\mathbf{n}_{q_s}^{Q_s}}$ représentant les flux dans les Q_s périphéries statoriques,

— $\overrightarrow{\phi_{o_r}} = \sum_{q_r=0}^{Q_r-1} \phi_{o_r,q_r} \overrightarrow{\mathbf{n}_{q_r}^{Q_r}}$ représentant les flux dans les Q_r ouvertures rotoriques,

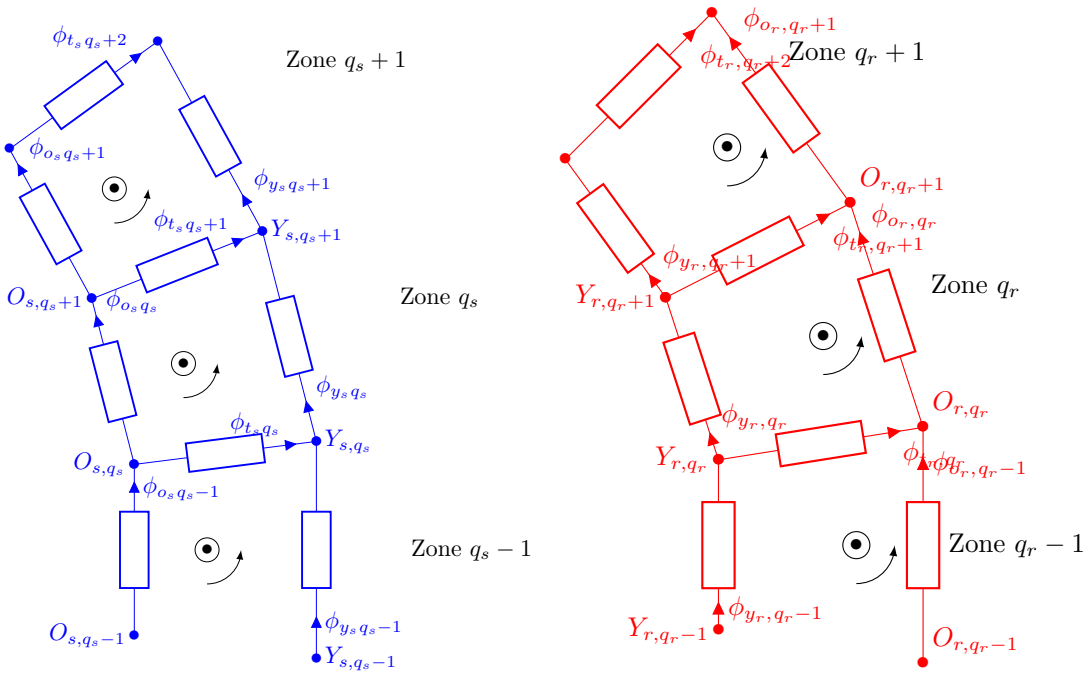
— $\overrightarrow{\phi_{t_r}} = \sum_{q_r=0}^{Q_r-1} \phi_{t_r,q_r} \overrightarrow{\mathbf{n}_{q_r}^{Q_r}}$ représentant les flux dans les Q_r dents rotoriques,

— $\overrightarrow{\phi_{y_r}} = \sum_{q_r=0}^{Q_r-1} \phi_{y_r,q_r} \overrightarrow{\mathbf{n}_{q_r}^{Q_r}}$ représentant les flux dans les Q_r périphéries rotoriques.

Par la suite, les flux dans les dents statoriques et rotoriques seront comptés positifs si la composante radiale du champ associé est positive et les flux d'ouvertures et de périphéries seront comptés positifs si la composante orthoradiale du champ associé est positive.

III.2.1 Théorèmes d'Ampère : loi des mailles

Dans tout le réseau, il est possible d'écrire $Q_s + Q_r + Q_g$ théorèmes d'Ampère différents. En utilisant le maillage défini par les figures III.1b et III.2b, Q_s théorèmes d'Ampère sont écrits au stator et Q_r théorèmes d'Ampère sont écrits au rotor. Les relations résultantes sont présentés par les figures III.7.



(a) Stator (b) Rotor

FIGURE III.7 – Théorèmes d'Ampère dans les zones statoriques et rotoriques

En considérant l'encoche $q_s \in \mathcal{D}_{Q_s}$ entourée par la dent $\mathrm{mod}(q_s-1, Q_s)$, la périphérie q_s, la dent q_s et l'ouverture q_s, il vient

$$\sum_{n=0}^{N_s-1} N_{cd,s} d_{s,n,q_s} i_{s,n} = -\mathcal{R}_{t_s,\mathrm{mod}(q_s-1,Q_s)} \phi_{t_s,\mathrm{mod}(q_s-1,Q_s)} + \mathcal{R}_{y_s,q_s} \phi_{y_s,q_s} + \mathcal{R}_{t_s,q_s} \phi_{t_s,q_s} - \mathcal{R}_{o_s,q_s} \phi_{o_s,q_s} \tag{III.13}$$

En faisant apparaitre le vecteur des courants d'encoches statoriques de la relation (III.1), les Q_s équations statoriques peuvent être écrites sous la forme de la relation matricielle suivante

$$\left[\overrightarrow{i_{q_s}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_s}} = \begin{bmatrix} \mathcal{R}_{t_s,0} & -\mathcal{R}_{t_s,1}\dots & 0 \\ 0 & \mathcal{R}_{t_s,1} \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -\mathcal{R}_{t_s,0} & 0 & \dots \mathcal{R}_{t_s,Q_s-1} \end{bmatrix} \left[\overrightarrow{\phi_{t_s}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_s}} + \operatorname{diag}\left(\mathcal{R}_{y_s,0},\dots,\mathcal{R}_{y_s,Q_s-1}\right)\left[\overrightarrow{\phi_{y_s}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_s}} - \operatorname{diag}\left(\mathcal{R}_{o_s,0},\dots,\mathcal{R}_{o_s,Q_s-1}\right)\left[\overrightarrow{\phi_{o_s}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_s}} \tag{III.14}$$

En considérant l'encoche $q_r \in \mathcal{D}_{Q_r}$ entourée par la dent $\mathrm{mod}(q_r-1,Q_r)$, la périphérie q_r, la dent q_r et l'ouverture q_r, il vient

$$\sum_{n=0}^{N_r-1} N_{cd,r} d_{r,n,q_r} i_{r,n} = \mathcal{R}_{t_r,\mathrm{mod}(q_r-1,Q_r)}\phi_{t_r,\mathrm{mod}(q_r-1,Q_r)} + \mathcal{R}_{y_r,q_r}\phi_{y_r,q_r} - \mathcal{R}_{t_r,q_r}\phi_{t_r,q_r} - \mathcal{R}_{o_r,q_r}\phi_{o_r,q_r} \tag{III.15}$$

En faisant apparaitre le vecteur des courants d'encoches rotoriques de la relation (III.2), les Q_r équations rotoriques peuvent être écrites sous la forme de la relation matricielle suivante

$$\left[\overrightarrow{i_{q_r}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_r}} = \begin{bmatrix} -\mathcal{R}_{t_r,0} & \mathcal{R}_{t_r,1} & \dots & 0 \\ 0 & -\mathcal{R}_{t_r,1}\dots & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{R}_{t_r,0} & 0 & \dots -\mathcal{R}_{t_r,Q_r-1} \end{bmatrix} \left[\overrightarrow{\phi_{t_r}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_r}} + \operatorname{diag}\left(\mathcal{R}_{y_r,0},\dots,\mathcal{R}_{y_r,Q_r-1}\right)\left[\overrightarrow{\phi_{y_r}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_r}} - \operatorname{diag}\left(\mathcal{R}_{o_r,0},\dots,\mathcal{R}_{o_r,Q_r-1}\right)\left[\overrightarrow{\phi_{o_r}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_r}} \tag{III.16}$$

Finalement, il convient d'écrire Q_g théorèmes d'Ampère dans l'entrefer. Pour tout couple de bec statorique et rotorique (q_s,q_r) lié par une réluctance d'entrefer, un contour peut être créé en passant par la réluctance $\mathcal{R}_{g,q_s,q_r}$ et la réluctance d'entrefer suivante. La figure III.8 présente un exemple de maillage d'entrefer. Dans ce cas, des contours d'Ampère peuvent être

- $O_{s,0}O_{r,q_{r,0}}O_{r,q_r-1}O_{s,q_s-1}$ passant par les réluctances d'entrefer $\mathcal{R}_{g,0,q_{r0}}$ et $\mathcal{R}_{g,0,q_{r0}+1}$,
- $O_{s,q_s-1}O_{r,q_r-1}O_{r,q_r}O_{s,q_s}$ passant par les réluctances d'entrefer $\mathcal{R}_{g,q_s-1,q_r-1}$ et $\mathcal{R}_{g,q_s,q_r}$,
- $O_{s,q_s}O_{r,q_r}O_{s,q_s+1}$ passant par les réluctances d'entrefer $\mathcal{R}_{g,q_s,q_r}$ et $\mathcal{R}_{g,q_s+1,q_r}$,
- $O_{s,q_s+1}O_{r,q_r}O_{r,q_r+1}$ passant par les réluctances d'entrefer $\mathcal{R}_{g,q_s+1,q_r}$ et $\mathcal{R}_{g,q_s+1,q_r+1}$.

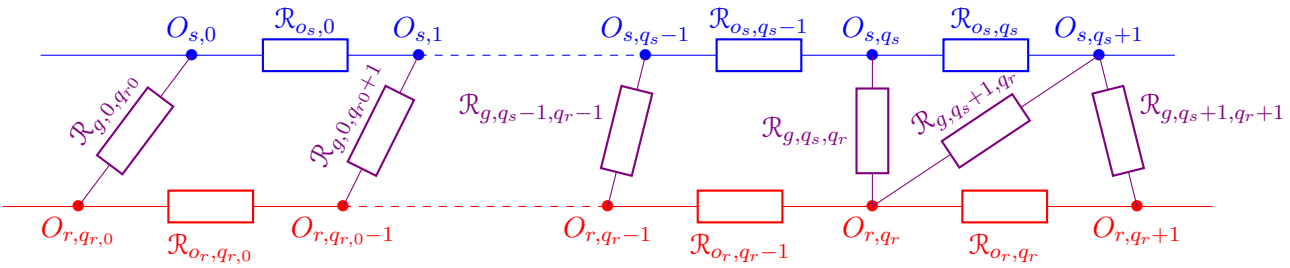


FIGURE III.8 – Exemple d'un maillage de l'entrefer pour une position du rotor donnée

Les différents théorèmes d'Ampère permettent d'écrire $Q_s+Q_r+Q_g$ équations.

III.2.2 Conservation du flux : loi des nœuds

En supposant que le matériau magnétique ait une perméabilité assez grande pour canaliser toutes les lignes de champ, le flux reste confiné dans la machine impliquant que la somme algébrique des flux entrant dans un nœud soit nulle. Pour les nœuds périphériques statoriques Y_{s,q_s} et à partir de la figure III.7a, il est possible d'écrire au stator

$$\forall q_s \in \mathcal{D}_{Q_s},\ \phi_{y_s,q_s} = \phi_{t_s,q_s} + \phi_{t_s,\mathrm{mod}(q_s+1,Q_s)} \tag{III.17}$$

Ces Q_s relations peuvent être mises sous la forme matricielle suivante

$$\left[\overrightarrow{\phi_{t_s}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_s}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \left[\overrightarrow{\phi_{y_s}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_s}}. \tag{III.18}$$

Au rotor, les sommes des flux arrivant dans le noeud Y_{r,q_r} de la figure III.7b donnent les Q_r équations

$$\forall q_r \in \mathcal{D}_{Q_r},\ \phi_{y_r,q_r} + \phi_{t_r,q_r} = \phi_{y_r,\mathrm{mod}(q_r-1,Q_r)} \tag{III.19}$$

qui peuvent être mises sous la forme matricielle suivante

$$\left[\overrightarrow{\phi_{t_r}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_r}} = -\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \left[\overrightarrow{\phi_{y_r}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_r}}. \tag{III.20}$$

La sous-partie III.1.3 présentait trois manières dont les dents statoriques et rotoriques était magnétiquement liées. À partir de la surface de vis-à-vis entre les becs statorique q_s et q_r présentée par la figure III.4, il est possible de construire l'ensemble $\mathcal{B}^R_{q_s}(\theta_m)$ des becs rotoriques liés au bec statorique q_s pour la position θ_m du rotor. Ainsi

$$\mathcal{B}^R_{q_s}(\theta_m) = \{q_r, S_{q_s,q_r}(\theta_m) \neq 0\} \tag{III.21}$$

De la même manière, il est possible de créer l'ensemble $\mathcal{B}^S_{q_r}(\theta_m)$ des becs statoriques liés au bec rotorique q_r pour la position θ_m tel que

$$\mathcal{B}^S_{q_r}(\theta_m) = \{q_s, S_{q_s,q_r}(\theta_m) \neq 0\} \tag{III.22}$$

Pour les nœuds O_{s,q_s}, il convient de sommer les deux flux venant des ouvertures O_{s,q_s-1} et O_{s,q_s+1}, les card $\left(\mathcal{B}^R_{q_s}\right)$ flux de l'entrefer et le flux de dent. Ainsi, il vient

$$\phi_{o_s,\mathrm{mod}(q_s-1,Q_s)} - \phi_{o_s,q_s} - \phi_{t_s,q_s} + \sum_{q_r \in \mathcal{B}^R_{q_s}} \phi_{g,q_s,q_r} = 0 \tag{III.23}$$

La même démarche est appliquée aux nœuds d'ouvertures rotoriques O_{r,q_r}, donnant

$$\phi_{o_r,\mathrm{mod}(q_r-1,Q_r)} - \phi_{o_r,q_r} + \phi_{t_r,q_r} + \sum_{q_s \in \mathcal{B}^S_{q_r}} \phi_{g,q_s,q_r} = 0 \tag{III.24}$$

Finalement, la conservation du flux donne $2Q_s + 2Q_r$ équations.

III.2.3 Fermeture du modèle

Les $Q_s+Q_r+Q_g$ théorèmes d'Ampère et les $2Q_s+2Q_r$ lois des nœuds ont été écrites. Une analyse de ces $3Q_s+3Q_r+Q_g$ équations montre qu'elles sont seulement de rang $3Q_s+3Q_r+Q_g-1$. En fait, le modèle de machine par réseau de perméance n'est autre qu'un circuit électrique où, par analogie, les résistances sont les réluctances et où les courants sont les flux. A l'instar du circuit électrique correspondant, il est nécessaire de fixer un potentiel de référence pour résoudre numériquement ces équations. Cela est réalisé en liant les flux rotoriques par une dernière équation, le théorème d'Ampère sur le contour périphérique interne rotorique n'entourant aucun courant

$$\sum_{q_r=0}^{Q_r-1} \mathcal{R}_{y_r,q_r}\phi_{y_r,q_r} = 0 \tag{III.25}$$

L'ajout de cette équation permet d'obtenir $3Q_s+3Q_r+Q_g$ équations indépendantes. En fait, les équations liées entre elles sont les lois des nœuds périphériques (III.23) et (III.24). Il convient donc de remplacer l'une des lignes de ces équations par la relation (III.25).

III.2.4 Résolution numérique

Le réseau de réluctances présenté dans la partie III.1 introduit $3Q_s+3Q_r+Q_g$ flux inconnus à déterminer à partir de Q_s+Q_r courants d'encoches. La partie III.2 établit $3Q_s+3Q_r+Q_g$ équations indépendantes liant les flux inconnus et les courants. L'agrégation de ces équations donne une unique équation matricielle pouvant être mise, dans un cas très général, sous la forme

$$[A]\left[\overrightarrow{\phi}\right]_{\mathbf{N}^{3Q_s+3Q_r+Q_g}} = \left[\overrightarrow{b}\right]_{\mathbf{N}^{3Q_s+3Q_r+Q_g}} \tag{III.26}$$

où $[A]$ est la matrice carrée de $3Q_s+3Q_r+Q_g$ lignes et colonnes compilant les termes multipliant des flux des équations (III.14) à (III.24), $\overrightarrow{\phi}$ est le vecteur de taille $3Q_s+3Q_r+Q_g$ contenant les flux inconnus et $\overrightarrow{b}$ est le vecteur connu de taille $3Q_s+3Q_r+Q_g$ des seconds membres des équations (III.14) à (III.24). Ce système de rang $3Q_s+3Q_r+Q_g$ peut être inversé pour obtenir les flux dans le fer et dans l'entrefer. L'intérêt d'avoir remplacé une équation des relations (III.23) et (III.24) par (III.25) est que la solution de l'équation matricielle (III.26) est unique et peut être calculée facilement par des méthodes d'inversion numérique optimisées.

III.3 Comparaison magnétostatique

Un code de calcul éléments finis 2D (*EF-2D*) magnétostatique dans le plan de normal l'axe de la machine $\overrightarrow{e_z}$, comme *Finite Element Method Magnetic* (*FEMM*), résout le potentiel vecteur $\overrightarrow{A} = A\overrightarrow{e_z}$ pour une géométrie et une alimentation données. Les équations de Maxwell écrites pendant le régime stationnaire au point de perméabilité μ parcouru par un courant $\overrightarrow{J} = J\overrightarrow{e_z}$ donnent l'équation

$$\nabla\left(\frac{1}{\mu}\nabla A\right) = J. \tag{III.27}$$

À partir de conditions limites données, comme la nullité du champ radial sur les frontières statorique extérieure au rayon $D_{e,s}/2$ et rotorique intérieure au rayon $D_{i,r}/2$ modélisées comme

$$\forall R \in \left\{\frac{D_{e,s}}{2}, \frac{D_{i,r}}{2}\right\}, B_n(R) = 0 \Longleftrightarrow \overrightarrow{B(R)} = B_t\overrightarrow{e_\theta}, \tag{III.28}$$

la relation (III.27) est résolue dans tous les domaines. Connaissant la valeur du potentiel vecteur dans tout le domaine, il est possible de calculer le flux de chaque phase statorique n

$$\phi_{s,n} = \sum_{q_s=0}^{Q_s-1} N_{cd,s} d_{s,n,q} \left(\frac{1}{S} \int_S A \mathrm{d}S \ell_z \right) \tag{III.29}$$

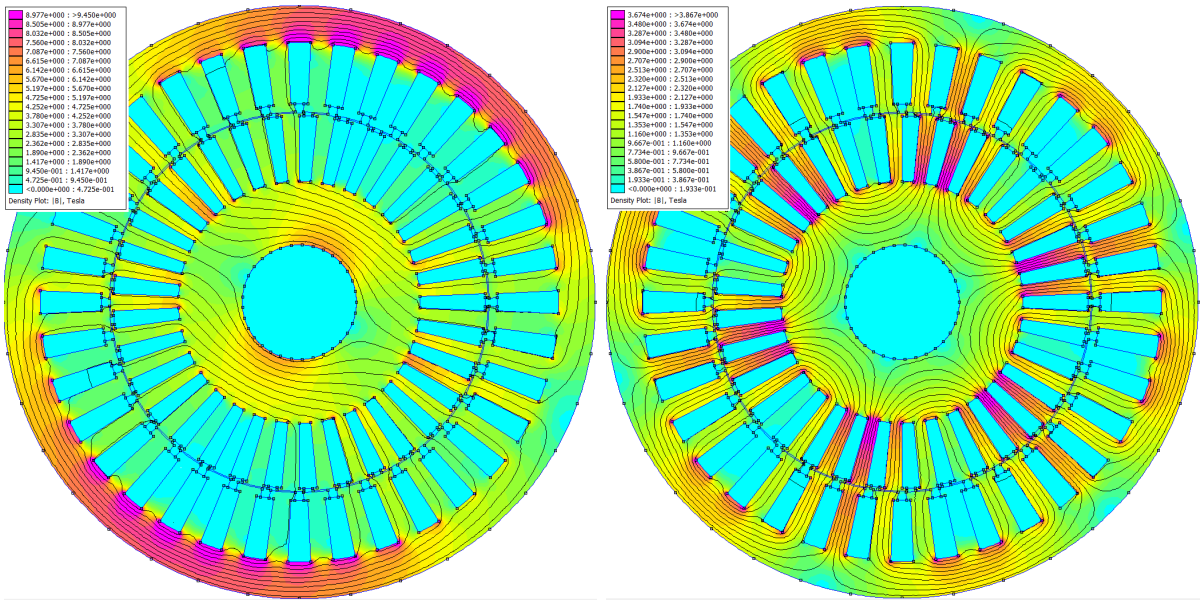
avec S la surface occupée par les $N_{cd,s}d_{s,n,q}$ conducteurs, le flux dans la dent statorique q_s

$$\phi_{t_s,q_s} = R_{t_s} \ell_z \int_{\alpha_s.q_s+\delta_s/2}^{\alpha_s(q_s+1)-\delta_s/2} B_r(R_{t_s}, \gamma) \mathrm{d}\gamma. \tag{III.30}$$

où $R_{t,s}$ est le rayon de dent statorique pris ici égal au rayon moyen de la dent, et le flux dans la périphérie statorique q_s

$$\phi_{y_s,q_s} = \ell_z \int_{D_{i,s}/2+h_{o,s}+h_{t,s}}^{D_{e,s}/2} B_t(r, q_s\alpha_s) \mathrm{d}r. \tag{III.31}$$

et de même pour les homologues rotoriques. Tous ces flux peuvent aussi être évalués par le réseau de réluctances présenté précédemment, pour un matériau linéaire ou non. Les figures III.9a et III.9b présentent les cartes de champ magnétiques obtenues par résolution magnétostatique linéaire du bobinage $9-ND$ alimenté par des courants de valeur efficace la valeur nominale 3.65A sur les séquences 1 et 3 et dans courants rotoriques. Ces simulations sont résolues en une quarantaine de secondes avec sur un processeur *Intel(R) Core(TM) i5-10300H @* 2.50GHz .



(a) $u = 1$, $B_{max} = 9.45$T (b) $u = 3$, $B_{max} = 3.87$T

FIGURE III.9 – Simulations *FEMM* magnétostatiques de la machine $9-ND$ avec un matériau linéaire alimentée par des courants statoriques de valeur efficace la valeur nominale 3.65A, de séquences 1 et 3 et sans courants rotoriques

III.3.1 Réseau de réluctances avec matériau linéaire

Un matériau magnétique isotrope linéaire possède une perméabilité constante telle que le champ B et l'excitation magnétiques H sont liés par une relation linéaire

$$H = \frac{B}{\mu}. \tag{III.32}$$

L'absence de saturation et la grande valeur de la perméabilité μ simplifient grandement les calculs. Résoudre (III.26) avec un matériau linéaire est immédiat car les réluctances du fer et de l'entrefer sont constantes et connues pour une position du rotor donnée.

Comparaison des flux des phases statoriques

Les résultats du modèle de réluctances linéaires sont comparés aux résultats issus d'une résolution magnétostatique équivalente. La géométrie utilisée est celle de la machine $9-ND$ avec un matériau magnétique de perméabilité relative constante $\mu = 4000\mu_0$ dont les N_s phases statoriques sont alimentées par des courants polyphasés

$$\forall n \in \mathcal{D}_{N_s}, i_{s,n} = I_s\sqrt{2}\cos\left(-\frac{2\pi}{N_s}u \times n\right) \tag{III.33}$$

de valeur efficace $I_s = 3.65\text{A}$ pour les séquences 1, 2, 3 et 4. Les barres du rotor, à la position $\theta_m = 0\text{rad}$, ne sont parcourues par aucun courant. Les figures III.10 représentent les flux moyens dans les dents, calculés par (III.30) et les figures III.11 présentent les flux dans les périphéries statoriques. Les flux issus du réseau ou de la simulation magnétostatique sont corrélés. L'amplitude estimée par le réseau correspond globalement aux résultats magnétostatiques, une grande précision sur ces amplitudes n'est pas nécessaire pour étudier le comportement global de la machine.

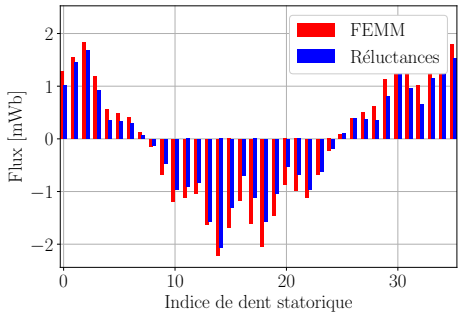
Le vecteur des flux des phases statoriques calculé par l'équation (III.29) pour le modèle *EF-2D* et par

$$\left[\overrightarrow{\Phi_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}} = -N_{cd,s}\left[w_s\right]\begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}\left[\overrightarrow{\phi_{t_s}}\right]_{\mathbf{N}^{Q_s}} \tag{III.34}$$

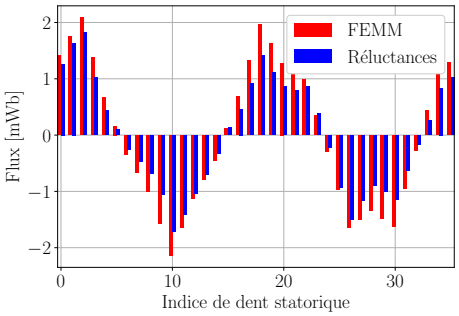
pour le modèle de réluctances donne des informations sur le nombre de plans statorique atteints pour une séquence d'alimentation donnée. En effet, pour cette machine, la partie II.1.2 montre que les plans statoriques 1, 2 et 4 de cette machine sont couplés, engendrant l'apparition de tensions parasites. Ces résultats peuvent être retrouvés par le calcul magnétostatique et aussi par le modèle de réseau de réluctances. Comme le montrent les figures III.12a, III.12b et III.12d, présentant les flux de phases statoriques issus de simulation *EF-2D* magnétostatique ou du réseau de réluctances pour des alimentations avec la séquence 1, 2 ou 4, des flux parasites sont générés sur les deux autres séquences. Il est intéressant de remarquer que même en ayant des différences d'amplitude de l'ordre de 20% entre les résultats *EF-2D* et par réseau de réluctances, le plan correspondant à la séquence 3 n'est jamais allumé. Aussi, la figure III.10c, présentant le flux de phases statoriques pour l'alimentation par la séquence 3, montre que cette alimentation n'excite que le plan de Fortescue associé à la séquence 3, confirmant qu'il est totalement découplé des autres. Le réseau de réluctances linéaires permet ainsi de rendre compte du phénomène de couplage inter-séquence linéaire.

Sollicitations du circuit magnétique

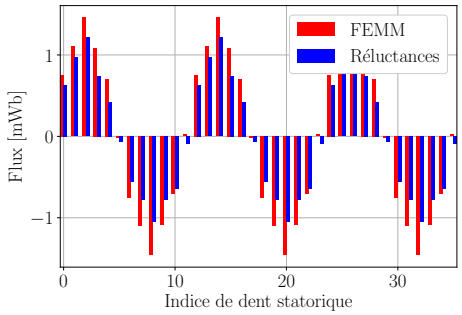
Le réseau de réluctance permet aussi de prévoir la carte de champ dans la machine. En effet, la résolution de (III.26) permet d'avoir les flux principaux dans les $3Q_s + 3Q_r$ réluctances de fer, il est alors possible de générer une carte de champ pour rendre compte des sollicitations magnétiques locales, comme présentées par les figures III.13a à III.13d. Ces quatre figures montrent que le fer périphérique est plus sollicité que le fer dentaire pour des champs à petite polarité, c'est-à-dire pour des petites séquences, tandis que l'inverse se produit pour les plus grandes séquences [49]. Aussi, les amplitudes de champ magnétiques sont élevées. Comme le matériau utilisé pour ces simulations est linéaire, cela est ici sans importance, mais si le



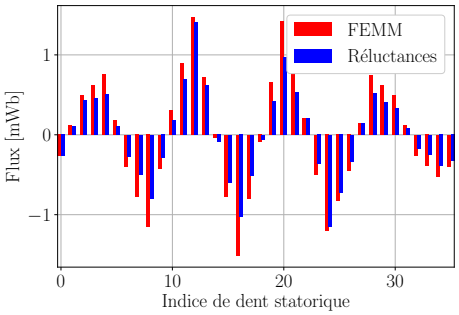
(a) $u = 1$



(b) $u = 2$

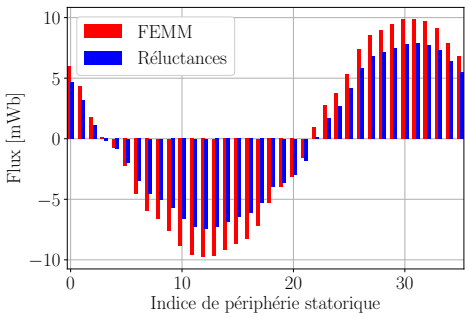


(c) $u = 3$

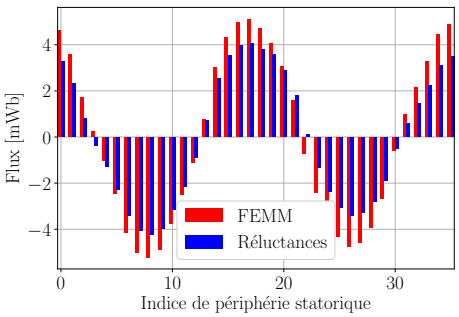


(d) $u = 4$

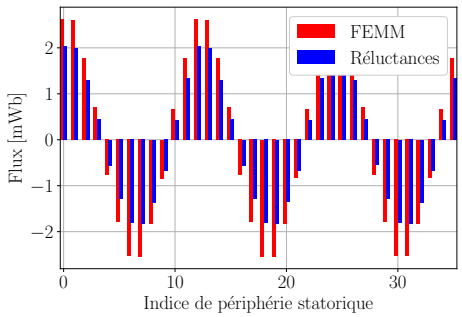
FIGURE III.10 – Flux moyen dans les dents statorique de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 3.65A.



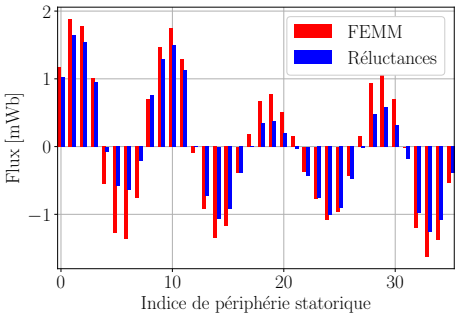
(a) $u = 1$



(b) $u = 2$

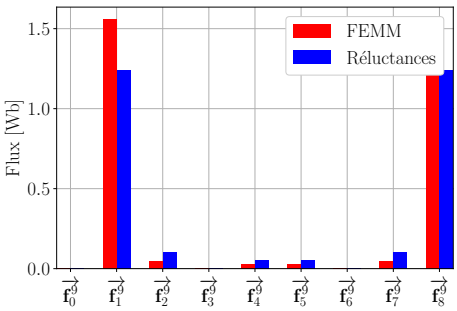


(c) $u = 3$

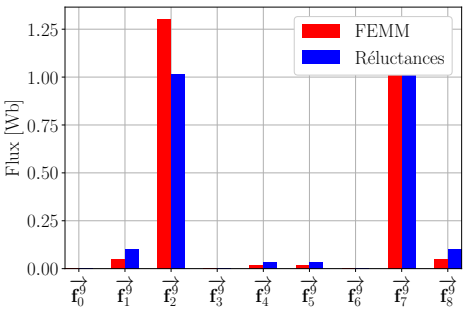


(d) $u = 4$

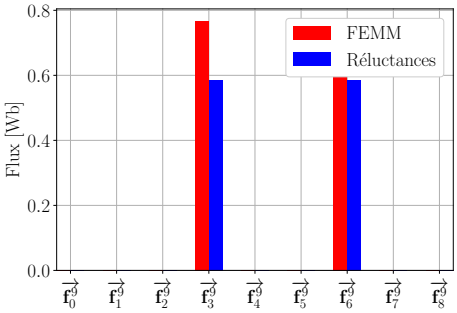
FIGURE III.11 – Flux moyen dans les périphéries statorique de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 3.65A.



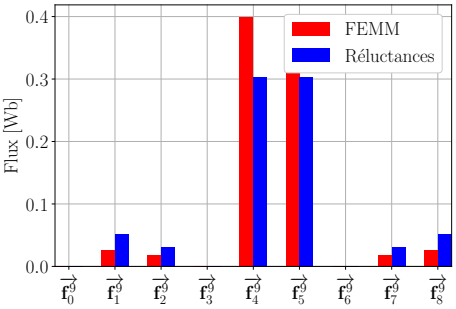
(a) $u = 1$



(b) $u = 2$

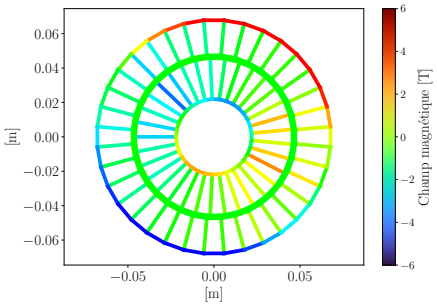


(c) $u = 3$

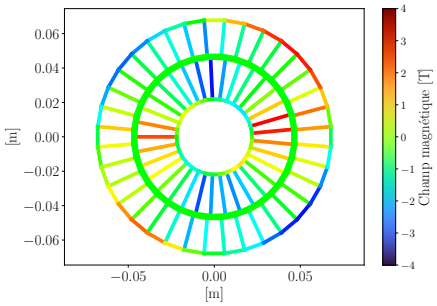


(d) $u = 4$

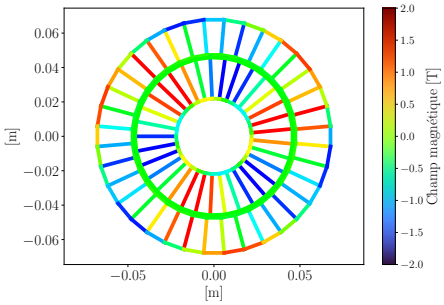
FIGURE III.12 – Composantes de Fortescue du vecteur des flux de phases statoriques de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 3.65A.



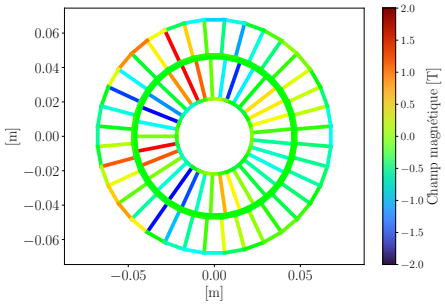
(a) $u = 1$



(b) $u = 2$



(c) $u = 3$



(d) $u = 4$

FIGURE III.13 – Carte de champ magnétique de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 3.65A.

matériau est non linéaire, certaines réluctances verront leurs valeurs saturer. Le réseau linéaire renseigne déjà sur les zones susceptibles de saturer et permettrait d'orienter la conception ou d'adapter le courant statorique pour limiter la saturation.

Calcul des inductances magnétisantes

À partir du modèle de réluctance et des flux de phases calculés, il est possible de calculer des paramètres caractéristiques de la machine par exemple l'inductance magnétisante de la polarité principale de chaque séquence. Dans le cas où seul le stator est alimenté par les courants polyphasés de séquence u donnés par (III.33), où le rotor est à la position $\theta_m = 0\text{rad}$ et où les courants rotoriques sont nuls, le flux des phases rotoriques, exprimé dans la base de Fortescue rotorique, est

$$\left[\overrightarrow{\Phi_r}\right]_{\mathbf{F}^{N_r}} = [\mathcal{L}_{rs}] \left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{F}^{N_s}} \tag{III.35}$$

qui, en utilisant les quatre lois présentées par le tableau II.2, donne

$$\overrightarrow{\Phi}_r = N_s \sqrt{\frac{N_r}{2}} \sum_{v \in \mathcal{F}_u} \underline{m^*_{sr,v}}\, \underline{I_s} \overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{\text{mod}(v,N_r)}} + \underline{m_{sr,v}}\, \underline{I^*_s} \overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{\text{mod}(-v,N_r)}}. \tag{III.36}$$

Pour la séquence 1, la figure III.14 représente le flux rotorique calculé par le réseau de réluctances et par la résolution magnétostatique. Une nette prédominance des composantes $\overrightarrow{\mathbf{f}^{33}_1}$, $\overrightarrow{\mathbf{f}^{33}_8}$ et $\overrightarrow{\mathbf{f}^{33}_{10}}$ associées aux harmoniques $1p$ et $8p$ et $10p$ de $\mathcal{F}_1$ est remarquée. Aussi, les composantes liées aux séquences 2 et 4 ne sont pas nulles à cause du couplage inter-séquence présenté dans la sous-partie II.1.2.

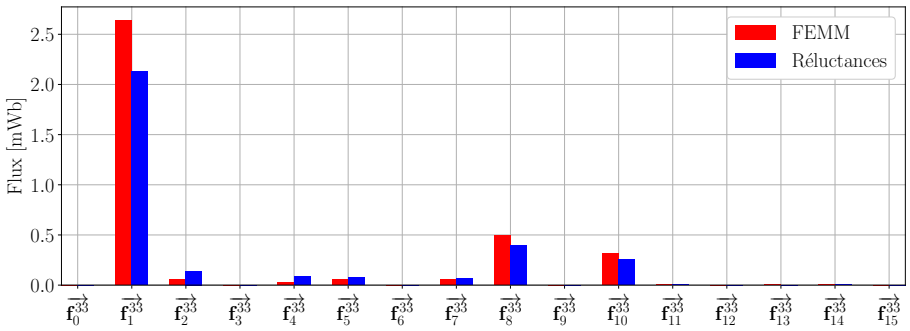


FIGURE III.14 – Composantes de Fortescue du flux rotorique pour une alimentation en courant sur la séquence 1 pour un courant de valeur efficace 3.65A

Cette alimentation rappelle celle de l'essai au synchronisme où les barres rotoriques ne sont soumises à aucun effet d'induction et donc où aucun courant ne circule. Pour cet essai à rotor au synchronisme, l'inductance magnétisante est calculée via la puissance réactive absorbée. Le flux rotorique exprimé dans les bases de Fortescue est une quantité créée par N_r échantillons. Il n'est donc pas possible d'étudier les harmoniques dont le rang est supérieur à $\lfloor N_r/2 \rfloor$. Mais, comme les harmoniques de haut rang voient leur contribution au flux rotorique diminuer inversement proportionnellement à leur rang au carré, la composante $\overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{v'}}$, $v' \in [\![0, \lfloor N_r/2 \rfloor]\!]$, peut être approximée par

$$\left\langle \overrightarrow{\Phi_r}, \overrightarrow{\mathbf{f}^{N_r}_{v'}} \right\rangle \approx N_s \sqrt{\frac{N_r}{2}} \underline{m^*_{sr,v'}} I_s \tag{III.37}$$

Ce calcul peut être fait en particulier pour le fondamental p_u. L'inductance magnétisante L_{m,p_u} est liée à l'inductance mutuelle $\underline{m_{sr,p_u}}$ par les relations (II.89) et (II.90). Ainsi, l'inductance magnétisante est liée au flux rotorique par

$$L_{m,p_u} = N_r \underline{\kappa_{sr,p_u}}\, \underline{m_{sr,p_u}} = \underline{\kappa_{sr,p_u}} \frac{\sqrt{2N_r}}{N_s} \frac{\left\langle \overrightarrow{\Phi_r}, \overrightarrow{\mathbf{f}_{p_u}^{N_r}} \right\rangle^*}{I_s} \tag{III.38}$$

De cette manière et pour cette machine, le tableau III.1 présente les inductances magnétisantes obtenues par la résolution du réseau de réluctances linéaires et par résolution du modèle *EF-2D*. Ces deux modèles sous-estiment l'inductance magnétisante analytique, donnée par la relation (I.60).

TABLE III.1 – Valeurs des inductances magnétisantes calculées par un calcul analytique (I.60), par résolution *EF-2D* magnétostatique et par réseau de réluctances pour un matériau linéaire

Séquence	1	2	3	4
L_{m,p_u} analytique [mH]	241.	176.8	100.7	40.2
L_{m,p_u} *EF-2D* [mH]	186.7	159.2	92.6	38.1
L_{m,p_u} réluctances [mH]	150.3	125.2	73.3	30.0
Erreur relative réluctances / analytique [%]	37.7	29.2	27.2	25.3
Erreur relative réluctances / *EF-2D* [%]	19.5	21.3	21.9	21.3

Les figures III.12 et III.14 montrent que les flux du modèle de réluctance sont globalement sous estimés d'une vingtaine de pourcents par rapport à ceux du modèle. Les inductances magnétisantes le sont donc aussi mais leur tendance correspond correctement aux calculs éléments finis. Les résultats peuvent alimenter un modèle de conception tel que le modèle circuit équivalent linéaire développé par la partie II.2.

Finalement, les figures III.10, III.11 et III.12, présentant les résultats issus du modèle de réluctances linéaires et par résolution magnétostatique linéaire, montrent une bonne correspondance entre les deux méthodes. Cependant, exécutés par un processeur *Intel(R) Core(TM) i5-10300H @* 2.50GHz , le modèle *EF-2D* magnétostatique est résolu en une quarantaine de secondes tandis que le modèle par réseau de réluctances l'est en environ un dixième de seconde, faisant de lui un modèle pertinent pour la modélisation rapide, le prédimensionnement et l'intégration dans une procédure d'optimisation.

[8] compare les inductances magnétisantes calculées avec le rotor à la position nulle $\theta_m = 0$rad et décalé d'une demi encoche rotorique $\theta_m = \pi/Q_r$. Les résultats montrent que les inductances varient d'environ 0.5mH pour des valeurs de l'ordre de 130mH dans un sens ou dans l'autre, soit une variation de 0.4%. Ce décalage n'est pas dérangeant dans le cas d'un prédimensionnement, où l'idée est d'obtenir les ordres de grandeurs des inductances.

III.3.2 Réseau de réluctances avec matériau non linéaire

Un matériau isotrope non linéaire possède une perméabilité variant avec la valeur du champ magnétique B ou de l'excitation H telle que

$$\mu = \frac{B}{H} \tag{III.39}$$

La perméabilité d'une réluctance dépendant de l'état magnétique de cette même réluctance, elle n'est pas connue d'avance. Inverser immédiatement la relation (III.26) est *a priori* impossible car $3Q_s + 3Q_r$ perméabilités inconnues et dépendant des flux inconnus sont ajoutées aux flux inconnus au système. La méthode utilisée pour résoudre le système matriciel consiste à successivement itérer les valeurs des $3Q_s + 3Q_r$ perméabilités inconnues pour trouver les valeurs résolvant (III.26).

Principe de résolution

La figure III.15 présente la méthode itérative. Elle nécessite une initialisation, consistant en la déclaration d'une tolérance de convergence, notée ici ε, des valeurs initiales et estimées des $3Q_s + 3Q_r$ perméabilités, contenues dans le vecteur $\overrightarrow{\mu_i}$, et d'un vecteur d'autres perméabilités suffisamment différent de $\overrightarrow{\mu_i}$ pour ne pas satisfaire la condition de convergence. A chaque itération j, les perméabilités $\overrightarrow{\mu_j}$ sont utilisées pour alimenter et inverser la relation (III.26) et obtenir les flux puis le champ moyen dans les $3Q_s+3Q_r$ réluctances, stockés dans le vecteur $\overrightarrow{B_j}$. En utilisant la courbe de magnétisation du matériau choisi, il est possible de calculer les perméabilités de chaque réluctance. Celles-ci vont différer de celles utilisées pour résoudre le modèle. Après une relaxation réglée par le facteur $f_r \in [0, 1]$ évitant de diverger, les perméabilités $\overrightarrow{\mu_{j+1}}$ issues du modèle sont comparées une à une à celles utilisées pour le résoudre selon

$$|\overrightarrow{\mu_{j+1}} - \overrightarrow{\mu_j}| > \varepsilon \overrightarrow{\mu_j} \tag{III.40}$$

où $|.|$ est la fonction donnant un vecteur image dont les composantes sont les valeurs absolues du vecteur antécédent et ε est la tolérance demandée. Si le critère de convergence (III.40) est satisfait, alors les perméabilités sont considérées justes. Il est possible de modifier les perméabilités de départ, la tolérance et le facteur de relaxation pour modifier le temps de résolution de la méthode, ainsi que la pertinence des résultats.

Pour faire fonctionner cette méthode, il est nécessaire de connaitre préalablement la caractéristique magnétique du matériau, par exemple sous la forme d'une base de donnée discrète issue de mesures donnant une expression analytique [67]. Un matériau magnétique classique peut être modélisé par la courbe $B(H)$ présentée par la figure III.16 et par l'expression

$$H = 150B + 15B^{11} \tag{III.41}$$

notée pour plus de généralité

$$H = H_1 \frac{B}{B_0} + H_{11} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{11} \tag{III.42}$$

où $B_0 = 1.5\text{T}$, $H_1 = 225\text{A m}^{-1}$, $H_{11} = 1297\text{A m}^{-1}$, donnant la perméabilité

$$\frac{1}{\mu} = \frac{H_1}{B_0} + \frac{H_{11}}{B_0} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{10} = \sigma_0 + \sigma_{10} \left(\frac{B}{B_0} \right)^{10} \tag{III.43}$$

avec $\sigma_0 = 150\text{m/perH}$ et $\sigma_{10} = 865\text{meter/H}$. La figure III.16 présente aussi des points de la caractéristique magnétique du matériau M-45 de la bibliothèque *FEMM*. La courbe analytique approche correctement les points de la base de donnée mais présente l'intérêt d'être dérivable et de donner une expression analytique de la perméabilité utilisable par la méthode itérative.

Mise en évidence du couplage inter-séquence dû à la saturation

Identiquement à la sous-partie précédente, la géométrie de la machine $9-ND$ est modélisée. Le stator est alimenté par des courants polyphasés dont la forme est donnée par (III.33). La courbe d'aimantation du matériau utilisé correspond à celle décrite par (III.42) et présentée par la figure III.16. Le rotor est immobile et positionné à $\theta_m = 0$ et ses barres ne sont parcourues par aucun courant.

Les figures III.17a à III.17d présentent les composantes de Fortescue du vecteur des flux rotoriques lorsque le stator est alimenté par des courants de valeur efficace 5A pour les quatre séquences. Contrairement aux résultats éléments finis de la figure III.14, les flux des séquences 1, 2 et 4 possèdent des composantes non nulles sur $\overrightarrow{\mathbf{f}_{v_3}^{33}}$, $v_3 \in \mathcal{F}_3$. Cela est dû à la saturation du matériau magnétique engendrant un couplage inter-séquence non linéaire [66], s'ajoutant

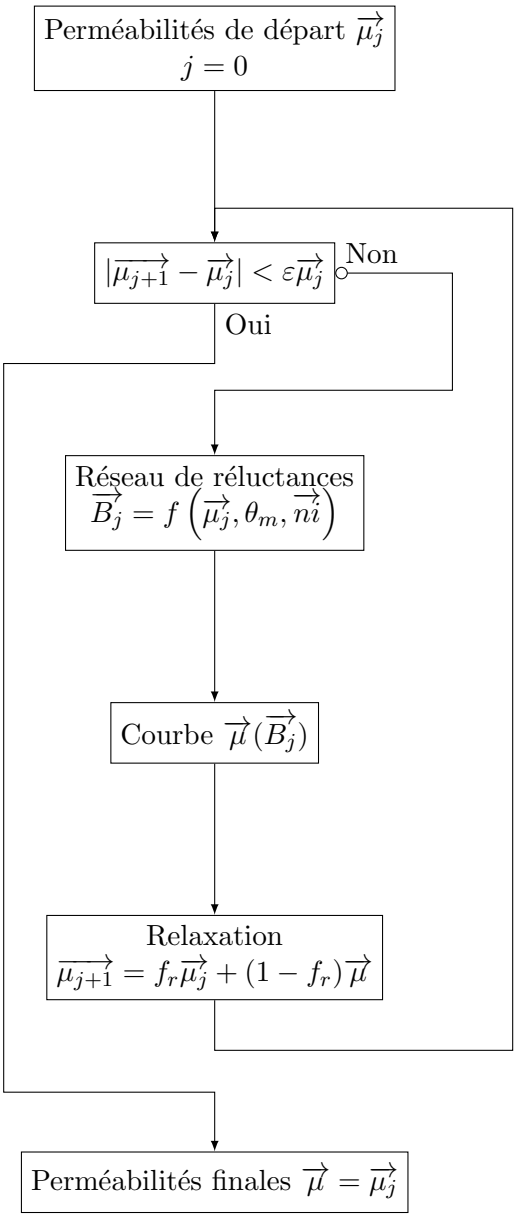


FIGURE III.15 – Algorigramme de la méthode itérative utilisée

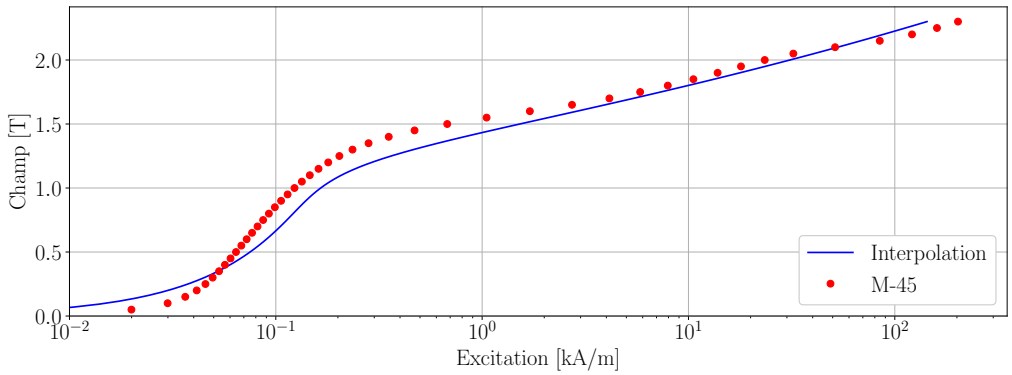


FIGURE III.16 – Courbe d'excitation magnétique du matériau non linéaire modélisé par la relation (III.42), et du matériau issu de la bibliothèse *FEMM*

au couplage linéaire décrit dans la sous-partie II.1.2. Ce phénomène est aussi retranscrit par le réseau de réluctance, où les amplitudes des composantes liées à la séquence 3 apparaissent. Pour une alimentation avec la séquence 3, le vecteur des flux rotoriques ne possède que des composantes liées à $\mathcal{F}_3$, le circuit magnétique ne semble pas saturer. Cela est certainement dû au fait qu'il ait été conçu pour cette polarité.

De plus, les amplitudes des composantes principales $\overrightarrow{\mathbf{f}_{p_u}^{33}}$ issues du calcul éléments finis et du réseau de réluctances correspondent très correctement et dépendent de la valeur du courant statorique. Cela permettra, comme montré par la relation (III.38), de calculer l'inductance magnétisante des harmoniques p_u en fonction du courant statorique, ici égal au courant magnétisant. La résolution de cette configuration nécessite environ 300 itérations et prend environ 3s avec un processeur *Intel(R) Core(TM) i5-10300H @* 2.50GHz avec les perméabilités de départ toutes égales à $3000\mu_0$, une tolérance fixée à 1×10^{-3} et un facteur de relaxation égal à 0.98. La résolution *EF-2D* magnétostatique résout le même problème en environ 4 minutes, soit 80 fois plus long que la résolution du réseau de réluctances.

En plus de restituer correctement les amplitudes des flux, le modèle de réseau de réluctances non linéaire rend compte du couplage inter-séquence non linéaire.

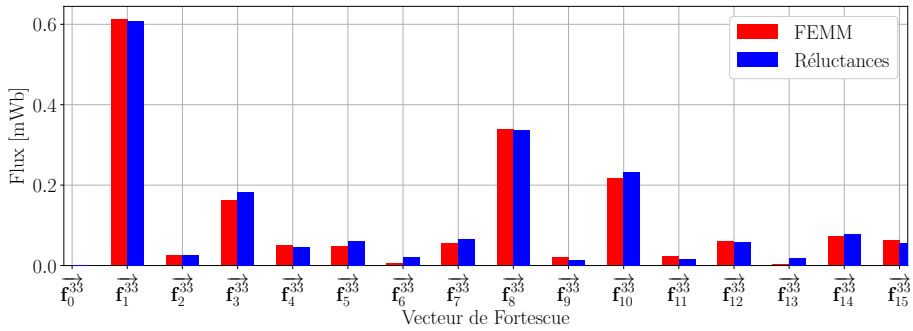
Sollicitations du circuit magnétique

La résolution itérative donne les flux dans les réluctances de fer et d'entrefer. Il est possible de tracer les cartes de champ estimées calculer pour un circuit magnétique non linéaire. Les figures III.18a à III.18d présente les cartes de champ de la machine $9-ND$ pour une alimentation en courant donnée par (III.33) où $I_s = 5$A pour forcer le circuit magnétique à saturer. À l'instar des cartes de champ avec un matériau linéaire, présentés par les figures III.13a à III.18d, les zones périphériques sont plus sollicitées pour les bases polarités que les zones dentaires, et inversement pour les hautes polarités. Aussi, les intensités du champ magnétique sont considérablement réduites pour les séquences 1 et 2 et réduites pour les séquences 3 et 4 à cause de la saturation du fer.

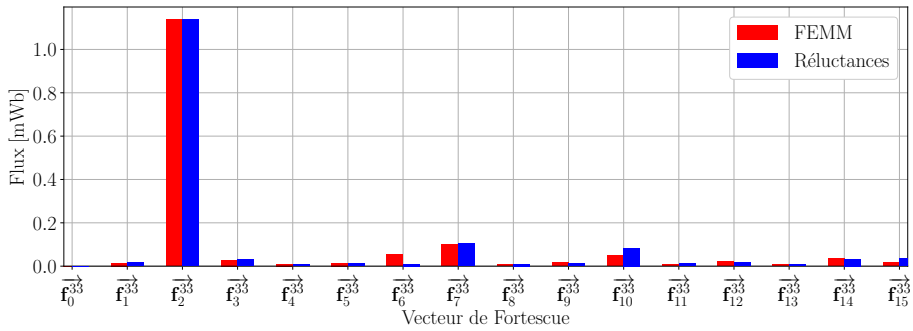
Dépendance des inductances magnétisantes au courant

Les figures III.20 présentent les inductances magnétisantes de la machine $9-ND$ calculées par la relation (III.38), où les flux sont obtenus par la résolution du modèle de réseau de réluctances. La machine est simulée dans les mêmes conditions que précédemment, c'est-à-dire une alimentation par des courants polyphasés selon (III.33) . Le réseau de réluctances est résolu pour une alimentation en courant identique à celle de la relation (III.33) dont la valeur efficace varie successivement de 0.1A à 5A par pas de $\Delta I = 0.1$A. La tolérance est demandée égal à 1×10^{-3} et le facteur de relaxation vaut 0.98.

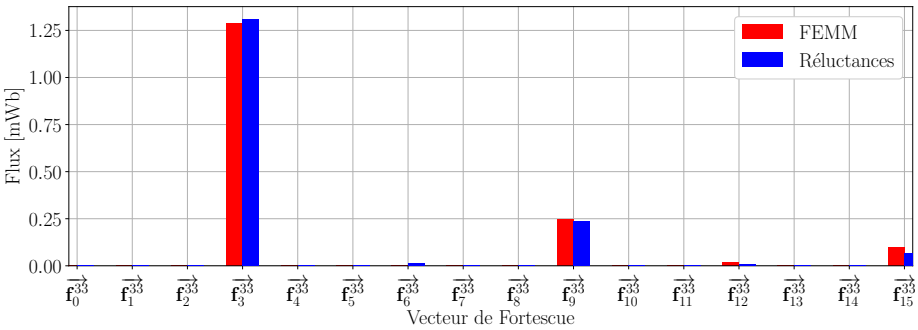
Pour le courant $I = 0.1$A, les réluctances de départ sont toutes fixées à $3000\mu_0$. La résolution utilise donc la méthode itérative présentée par l'algorigramme de la figure III.15 pour trouver les perméabilités des $3Q_s + 3Q_r$ réluctances. Pour les courants suivants $I > 0.1$A, l'état magnétique de la machine sera proche de celui trouvé pour le courant précédent. Pour ces points, les perméabilités de départ pour le courant I seront choisies égales à celles trouvées pour le courant $I - \Delta I$ et quelques itérations supplémentaires permettent de trouver les perméabilités correspondantes au nouveau courant. Cette méthode est appelée ici « méthode du point de départ variable » sur les figures III.19a et III.19b. Le nombre d'itérations et le temps nécessaire pour résoudre chaque modèle est comparé à la méthode du point de départ fixe où, pour chaque valeur de courant, les perméabilités de départ sont fixées à $3000\mu0$. Sans surprise, la méthode du point de départ variable nécessite moins d'itération et est donc plus rapide. Résoudre le modèle de réluctances pour 50 valeurs de courant ne prend que 160s, bien inférieures aux 535s nécessaires au modèle du point de départ invariable. Si elle est utilisable, la méthode préférée pour la suite est la méthode du point de départ variable.



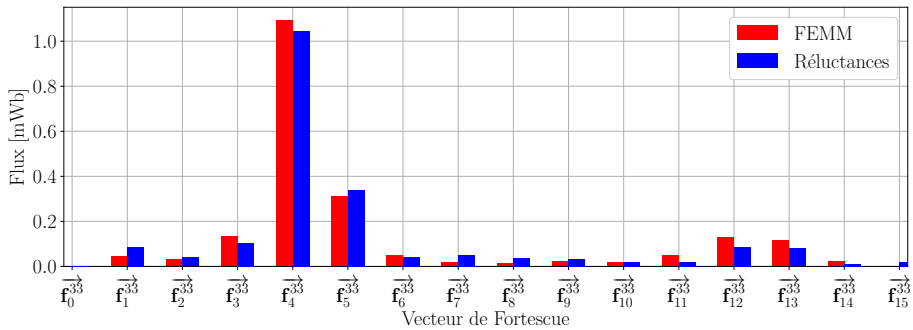
(a) $u = 1$



(b) $u = 2$

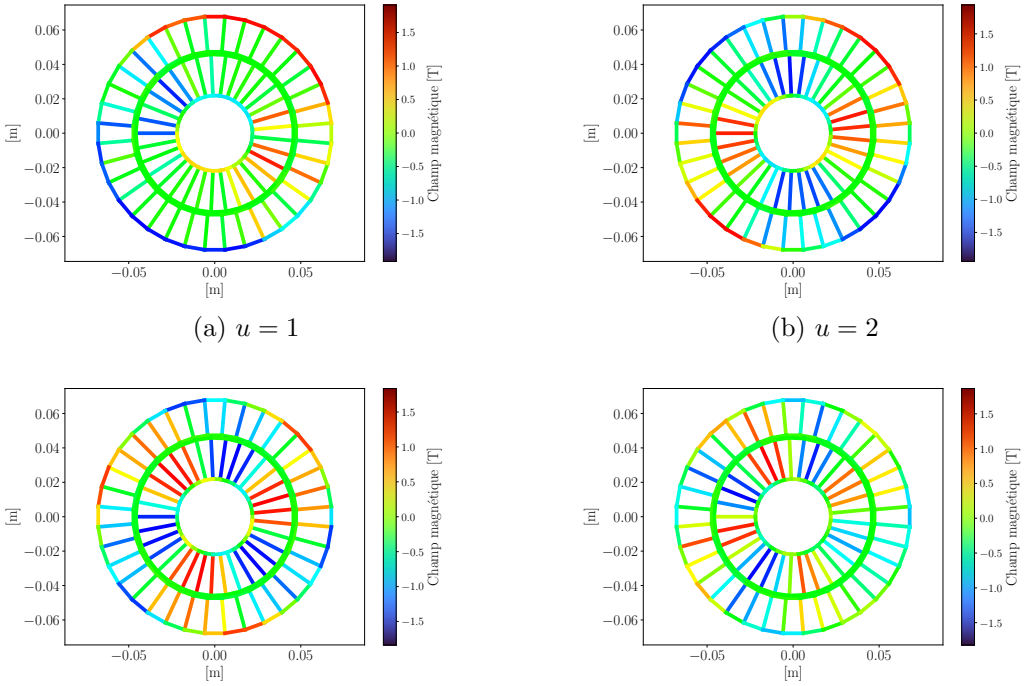


(c) $u = 3$



(d) $u = 4$

FIGURE III.17 – Composantes de Fortescue du vecteurs des flux de phases rotoriques pour un courant statorique de valeur efficace $I_s = 5\text{A}$ pour les quatre séquences de la machines $9 - ND$



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

(c) $u = 3$ (d) $u = 4$

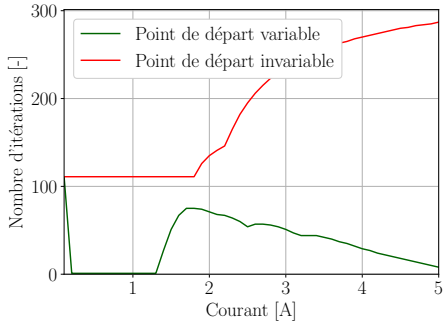
FIGURE III.18 – Carte de champ magnétique de la machine 9 phases à bobinage non diamétal pour une alimentation avec un courant de valeur efficace 5A pour un matériau non linéaire.

Sur les figures III.20a à III.20d, l'inductance magnétisante est globalement constante à bas courant. En effet, dans ces zones, le flux magnétique est faible et le matériau est sollicité dans sa partie linéaire. Comme la polarité du champ change avec la séquence, le courant maximal en dessous duquel l'inductance magnétisante reste constante dépend de la séquence et du coefficient de bobinage associé à la polarité principale (figure I.17). Dès ce courant dépassé, l'inductance magnétisante diminue rapidement car le matériau magnétique sature [59]. Un courant plus important ne va pas générer de flux aussi important.

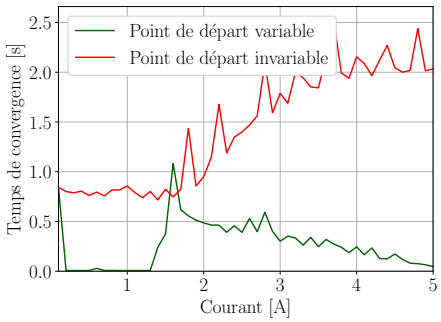
Ces calculs sont comparés à des simulations *EF-2D* magnétostatique avec *FEMM* dans les mêmes configurations. De la même manière, le flux diminue dès que le matériau sature. L'inductance calculée par le réseau de réluctance est proche de celle calculée par *EF-2D* tant en valeur qu'en forme. Cependant, là où une simulation *EF-2D* prend 4 minutes à être résolue, le réseau de réluctance peut l'être en 1s.

À bas courant, des différences sont observées entre les inductances calculées par le modèle *EF-2D* et le réseau de réluctances. En effet, le fer est peu saturé et fonctionne dans sa zone linéaire. Les conclusions sont donc similaires à celles présentée dans la partie III.3.1 avec un écart d'environ 20%. Cependant, dès que l'excitation augmente et que les inductances diminuent, les deux modèles donnent des résultats quasi identiques. [68] explique que les bobinages doivent être dimensionnés et fonctionner dans une plage de courant correspondant à 70% de la valeur maximale de l'inductance, calculée par rapport au réseau de réluctance et représentée par le trait rouge sur les figures III.20a à III.20d. Dans cette zone de dimensionnement, les modèles *EF-2D* et le réseau de réluctances donnent des résultats équivalents.

Le même protocole est fait en utilisant la machine $9-D$. Les inductances magnétisantes sont calculées à partir des flux des phases rotoriques issus de la résolution du réseau de réluctances et de simulations *EF-2D* avec de la relation (III.38). Les figures III.21a et III.21b présentent la décroissance des inductances en fonction du courant. Comme la machine à bobinage diamétral, les inductances calculées par les deux méthodes donnent des résultats similaires dans la zone de

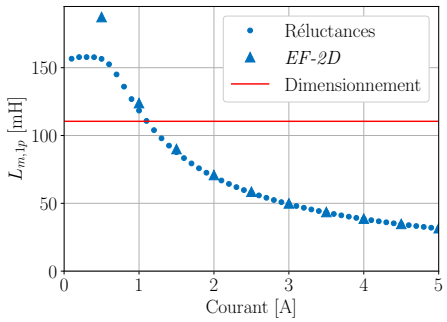


(a) $u = 1$

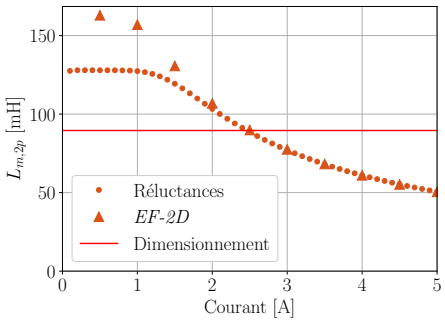


(b) $u = 2$

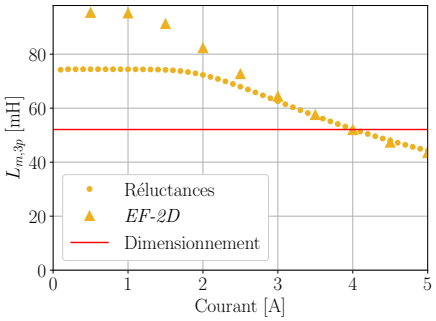
FIGURE III.19 – Nombre d'itérations et temps nécessaire pour résoudre le système (III.26) pour une alimentation de la machine $9 - ND$ avec la séquence 3



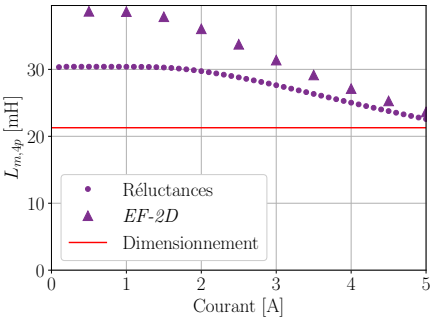
(a) $u = 1$



(b) $u = 2$

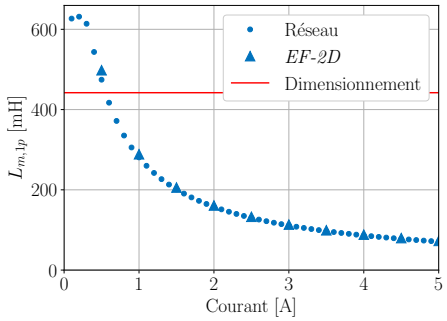


(c) $u = 3$

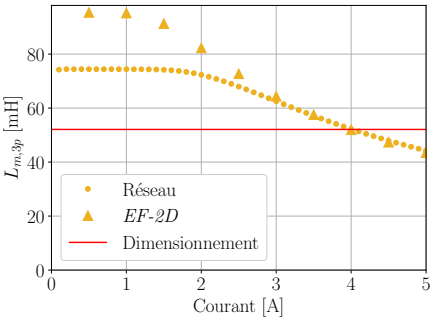


(d) $u = 4$

FIGURE III.20 – Variation des inductances magnétisantes de la machine $9 - ND$ en fonction du courant.



(a) $u = 1$



(b) $u = 3$

FIGURE III.21 – Variation des inductances magnétisantes de la machine $9 - D$ en fonction du courant.

dimensionnement.

Un réseau de réluctances ou un modèle éléments finis permettent de calculer les inductances magnétisantes pour un courant donné pour un matériau magnétique non linéaire. Ces inductances peuvent être utilisées pour alimenter un modèle circuit équivalent monoharmonique et restituer la saturation. En effet, même si cette méthode permet de calculer l'inductance magnétisante liée à un harmonique $v < \lfloor N_r/2 \rfloor$, le modèle circuit suppose l'addition des flux magnétisants qui est fausse dès que le matériau sature. Cependant, comme la saturation est un phénomène global, l'utilisation d'un modèle Γ ou un modèle fréquentiel monoharmonique dont l'inductance magnétisante restitue la saturation peut permettre de raffiner ces modèles circuits.

III.4 Conclusion

Ce chapitre présente un réseau de réluctances modélisant une section de machine asynchrone dont la géométrie est connue. Ce modèle décompose le stator et le rotor en autant de zones qu'ils ont d'encoches. Chaque zone est composée d'une ouverture d'encoche, d'une dent et d'une portion de périphérie, chacune modélisée par une réluctance, et entourant un nombre connu d'≪ ampère-tours ≫. Dans ces zones, le champ est supposé unidirectionnel et constant. En supposant que le flux reste confiné dans le circuit magnétique et que le champ d'entrefer soit radial, il est possible de représenter les valeurs des réluctances, des flux les traversant et les courants d'encoches statoriques et rotoriques en un système matriciel inversible.

La résolution de ce système matriciel pour un matériau linéaire ou non renseigne sur le comportement magnétique des machines polyphasées à commutation de pôles. La résolution non linéaire nécessite une méthode itérative et la rapidité de résolution et les résultats dépendent des réglages, comme le précise [54].

Il a été vu dans la partie II.1.2 qu'un couplage interséquence est dû aux interactions entre les plans statoriques et rotoriques. Ce phénomène dimensionnant pour des machines à commutation de pôles est retranscrit par le réseau de réluctance, aussi bien avec un matériau linéaire qu'un matériau non linéaire. Comme le réseau est bien plus rapide à résoudre que des simulations *EF-2D* équivalentes et donne des résultats cohérents, il peut être inclus dans une stratégie de prédimensionnement, d'optimisation ou d'intégration. Pour compléter ce modèle magnétostatique, le calcul des courants dans les conducteurs rotoriques, par utilisation des courants issus du modèle temporel linéaire décrit dans le chapitre II ou par calcul analytique [69], permettrait de réaliser des résolutions magnétodynamiques. Ainsi, le réseau permettrait de déterminer les paramètres des modèles circuits temporels ou fréquentiels, les caractéristiques couple-glissement en régime non linéaire, monoséquence ou multiséquences. Comme présenté précédement, ce modèle permet aussi de calculer les inductances magnétisantes d'une topologie et d'un matériau donnés. Ces inductances peuvent servir à raffiner le modèle circuit équivalent permettant d'obtenir les caractéristiques couple-glissement et courant-glissement en régime saturé. Aussi, il peut prévoir le courant magnétisant à appliquer à chaque plan pour générer un flux rotorique dans la machine. Ce flux rotorique doit alors être contrôlé, plan par plan, pour piloter la vitesse de la machine pour n'importe quelle polarité.

Chapitre IV

Commande de machine asynchrone pour la commutation électronique de pôles

IV.1 Transformation de Park généralisée . . . 106
IV.1.1 Base de Clarke . . . 106
IV.1.2 Rotation généralisée des plan de Clarke . . . 107
IV.2 Modèle de machine au premier harmonique . . . 108
IV.2.1 Modèle de machine triphasée . . . 108
IV.2.2 Modèle de machine polyphasée . . . 109
IV.3 Commande vectorielle . . . 109
IV.3.1 Superposition du repère de Park sur le flux rotorique . . . 109
IV.3.2 Détermination du flux rotorique de consigne . . . 110
IV.3.3 Modèle de commande d'une machine asynchrone polyphasée . . . 111
IV.3.4 Modèle de commande de la charge . . . 114
IV.3.5 Résumé du schéma de commande . . . 114
IV.4 Intégration du modèle sur un banc d'essais pour le pilotage d'une machine 9 phases 114
IV.4.1 Caractéristiques du banc d'essai . . . 115
IV.4.2 Onduleur polyphasé . . . 115
IV.4.3 Hacheur survolteur . . . 118
IV.4.4 Mesures des courants et de la vitesse . . . 119
IV.4.5 Pertes collectives . . . 119
IV.4.6 Calcul théorique du rendement des convertisseurs statiques . . . 119
IV.5 Essais . . . 120
IV.5.1 Caractéristiques couple-vitesse d'une machine asynchrone polyphasée . . . 120
IV.5.2 Calcul du rendement de la machine asynchrone . . . 122
IV.5.3 Tracé des cartes de rendement . . . 123
IV.5.4 Analyse des angles de Park . . . 125
IV.5.5 Analyse des courants statoriques . . . 127
IV.5.6 Analyse des tensions statoriques . . . 127
IV.5.7 Résumé des essais . . . 127
IV.6 Conclusion . . . 130

Si bien concevoir une machine est primordial pour prévoir les performances en régime transitoire et en régime permanent, bien piloter cette machine est nécessaire pour en tirer le plein

potentiel. Parce que les machines asynchrones polyphasées peuvent fonctionner sous différentes polarités, leurs comportements et dynamiques électrique et mécanique changent selon la séquence demandée. Les première et deuxième parties de ce chapitre modélisent une machine asynchrone au premier harmonique. Dans la troisième partie, les paramètres issus de ce modèle servent à développer une commande vectorielle robuste permettant de faire fonctionner la machine sous n'importe quelle séquence et n'importe quelle charge mécanique. Finalement, les deux dernières parties présentent l'implémentation de la commande sur le banc d'essais de l'*IRENav* et des essais permettent de caractériser le prototype 9 phases par ses cartes de rendement. Ces cartes informent sur la séquence, et donc sur la polarité, à utiliser pour maximiser le rendement pour un point de fonctionnement donné.

Le modèle de commande choisi est un modèle de commande indirecte de l'orientation du flux. Parmi les commandes présentées par la partie I.2.2 du chapitre I, ce modèle nécessite un nombre réduit de capteurs et doit utiliser les paramètres de la machine, comme les résistances et inductances cycliques et les inductances magnétisantes, déterminés par les chapitres II et III.

IV.1 Transformation de Park généralisée

La transformation de Park est une représentation mathématique des tensions, courants et flux dans un repère tournant. La rotation des plans de Clarke introduits dans la partie I.5.2 à une vitesse bien choisie permet de rendre les grandeurs constantes. La transformée de Park généralisée à un système polyphasé est introduite dans cette section, en prenant comme exemple un bobinage 5 phases, comme celui des machines $5-31$ et $5-32$.

IV.1.1 Base de Clarke

La base de Clarke présentée dans la partie I.5.2 est une base de découplage d'un système polyphasé. À titre d'exemple, une grandeur sinusoïdale pentaphasée composée de deux séquences $u_1 = 1$ et $u_2 = 3 = 5 - 2$, dont les deux pulsations vérifient

$$\frac{\omega_1}{u_1} = \frac{\omega_2}{u_2} \tag{IV.1}$$

et de valeurs efficaces respectives X_1 et X_2 peut se mettre sous forme d'un vecteur de l'espace $\mathcal{E}^5$ s'exprimant dans la base naturelle comme

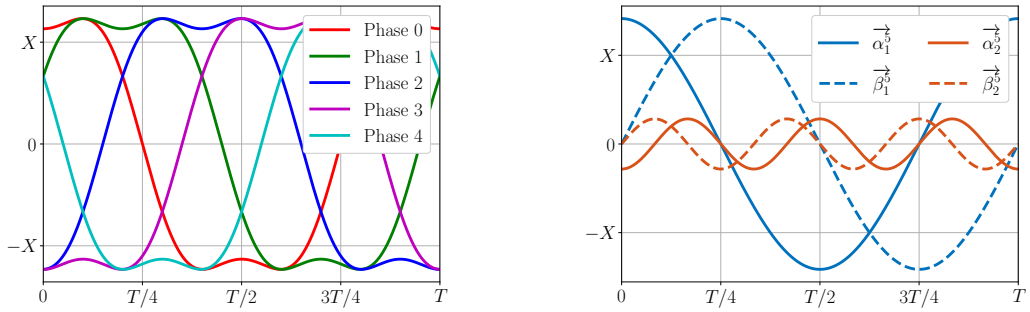
$$\overrightarrow{x} = \sum_{n=0}^{5-1} \left(X_1\sqrt{2}\cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{5}u_1 \times n\right) + X_2\sqrt{2}\cos\left(\omega_2 t - \frac{2\pi}{5}u_2 \times n\right)\right) \overrightarrow{\mathbf{n}_5^{N_s}} \tag{IV.2}$$

Ce vecteur peut aussi s'exprimer dans la base de Clarke $\mathbf{C}^5$ comme

$$\begin{aligned}\overrightarrow{x} = {} & X_1\sqrt{2}\cos(\omega_1 t)\overrightarrow{\alpha_1^5} + X_1\sqrt{2}\sin(\omega_1)\overrightarrow{\beta_1^5} \\ & + X_2\sqrt{2}\cos(\omega_2 t)\overrightarrow{\alpha_2^5} + X_2\sqrt{2}\sin(\omega_2 t)\overrightarrow{\beta_2^5}\end{aligned} \tag{IV.3}$$

Il est remarquable que les amplitudes des composantes de $\overrightarrow{x}$ dans la base de Clarke soient égales aux amplitudes de ses composantes dans la base naturelle comme montré par la figure IV.1. Cela sera d'une grande utilité pour le contrôle de la machine.

Comme montré sur la figure IV.1b, le plan la composante $\overrightarrow{\alpha_1^5}$ est en avance sur la composante $\overrightarrow{\beta_1^5}$, synonyme d'un fonctionnement direct de la séquence 1, tandis que le contraire est remarqué entre les composantes $\overrightarrow{\alpha_2^5}$ et $\overrightarrow{\beta_2^5}$. En effet, l'alimentation se fait sur la séquence 3, opposée à la séquence 2.



(a) Base naturelle

(b) Base de Clarke

FIGURE IV.1 – Représentation temporelle d'une grandeur triphasée dans les bases naturelle et de Clarke où $u_1 = 1$, $u_2 = 3$ et $X_2 = X_1/5$, la composante homopolaire est nulle et non représentée.

Comme expliqué au début de la sous-partie, la base de Clarke est une base de découplage, au même titre que celle de Fortescue. Ainsi, les applications linéaires utilisées pour l'expression du modèle circuits (II.1) sont aussi représentées par les matrices diagonales dont les expressions ont été développées dans la sous-partie II.1.2.

IV.1.2 Rotation généralisée des plan de Clarke

La base de Park $\mathbf{P}^N$ est créée par rotation d'angle θ_u des vecteurs $\left(\overrightarrow{\alpha_u^N}, \overrightarrow{\beta_u^N}\right)$ autour du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{h}^N}$ de la base de Clarke. Les vecteurs de Park sont donc définis comme

$$\begin{cases} \forall u \in [\![1, \lfloor N/2 \rfloor]\!], & \overrightarrow{\mathbf{d}_u^N} = \overrightarrow{\alpha_u^N} \cos(\theta_u) + \overrightarrow{\beta_u^N} \sin(\theta_u) \\ \forall u \in [\![1, \lfloor N/2 \rfloor]\!], & \overrightarrow{\mathbf{q}_u^N} = -\overrightarrow{\alpha_u^N} \sin(\theta_u) + \overrightarrow{\beta_u^N} \cos(\theta_u). \end{cases} \tag{IV.4}$$

Les composantes liées aux vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{d}_u^N}$ sont dites directes, ce sont elles qui magnétisent l'entrefer, les composantes liées aux axes $\overrightarrow{\mathbf{q}_u^N}$ sont dites quadratiques, ce sont elles qui créent du couple. La base de Park est dotée d'une ou deux composante homopolaire, égale(s) à celle(s) de la base de Clarke.

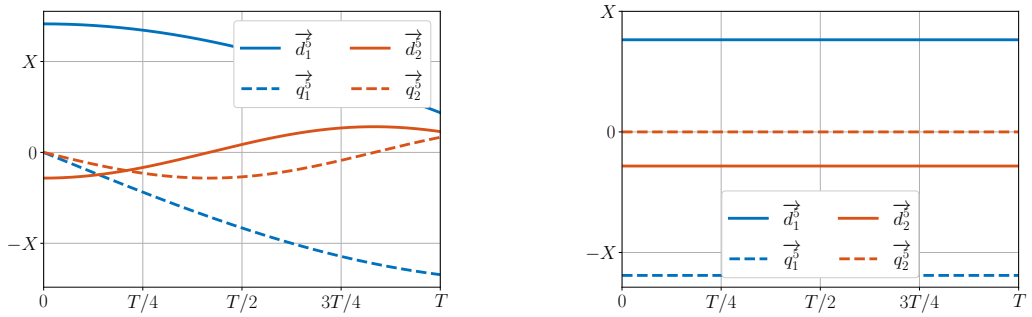
Encore à titre d'exemple, la grandeur sinusoïdale $\overrightarrow{x}$ présentée dans (IV.3) est exprimée dans la base de Park par

$$\begin{aligned} \overrightarrow{x} = {} & X_1\sqrt{2}\cos(\omega_1 t - \theta_1)\overrightarrow{\mathbf{d}_1^5} + X_1\sqrt{2}\sin(\omega_1 - \theta_1)\overrightarrow{\mathbf{q}_1^5} \\ & + X_2\sqrt{2}\cos(\omega_2 t - \theta_2)\overrightarrow{\mathbf{d}_2^5} + X_2\sqrt{2}\sin(\omega_2 t - \theta_2)\overrightarrow{\mathbf{q}_2^5} \end{aligned} \tag{IV.5}$$

En régime sinusoïdal, régler les angles de rotation égaux à l'angle électrique à chaque instant permet de rendre stationnaire les composantes de Park du vecteur $\overrightarrow{x}$ (figure IV.2), ce qui est utile pour une régulation où le contrôleur devra suivre une consigne constante au lieu d'une consigne sinusoïdale. Il est alors nécessaire de mesurer, ou à défaut, d'estimer correctement les angles électriques sinon, comme montré sur la figure IV.2b, la grandeur variera et perturbera le contrôle.

Comme présenté précédemment, le premier plan de Clarke a un fonctionnement direct, la composante $\overrightarrow{\mathbf{d}_1^5}$ est donc supérieure à la composante $\overrightarrow{\mathbf{q}_1^5}$, ce plan génère un champ de polarité p_1. Le deuxième plan de Clarke a un fonctionnement indirect et la composante $\overrightarrow{\mathbf{d}_2^5}$ est inférieure à

la composante $\overrightarrow{\mathbf{q}_2^5}$, ce plan génère un champ qui va réduire le champ maximal dans l'entrefer. Aussi les deux composantes quadratiques sont nulles car le vecteur $\overrightarrow{x}$ est composé uniquement de fonctions cosinus dans les bases naturelles et que l'angle à l'origine des temps lui aussi nul. Un angle à l'origine non nul décalerait le repère de Park, déplaçant ensemble les composantes directe et quadratique d'un même plan sans nuire à leur constance.



(a) $\frac{\mathrm{d}\theta_i}{\mathrm{d}t} = 1.2\omega_i$ (b) $\frac{\mathrm{d}\theta_i}{\mathrm{d}t} = \omega_i$

FIGURE IV.2 – Transformation de Park d'une grandeur pentaphasée avec un angle de rotation différent de l'angle électrique et un angle de rotation égal à l'angle électrique, la composante homopolaire est nulle et non représentée.

À partir de (I.54) et (IV.4), il est possible de créer une matrice de passage de la base naturelle vers la base de Park, notée ici $\left[P_N(\theta_1, \ldots, \theta_{\lfloor N/2 \rfloor})\right]$.

IV.2 Modèle de machine au premier harmonique

La machine est supposée constituée d'un rotor court-circuité, d'un entrefer lisse et le bobinage statorique crée un champ d'entrefer sinusoïdal.

IV.2.1 Modèle de machine triphasée

Classiquement, une telle machine, si elle est triphasée, est représentée par quatre équations de tensions : deux équations au stator exprimées dans la base de Park statorique et deux équations au rotor exprimée dans la base de Park rotorique

$$\begin{cases} v_{s,d} &= R_s i_{s,d} + \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{s,d}}{\mathrm{d}t} - \omega_s \Phi_{s,q} \\ v_{s,q} &= R_s i_{s,q} + \omega_s \Phi_{s,d} + \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{s,q}}{\mathrm{d}t} \\ v_{r,d} &= R_r i_{r,d} + \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{r,d}}{\mathrm{d}t} - \omega_r \Phi_{r,q} \\ v_{r,q} &= R_r i_{r,q} + \omega_r \Phi_{r,d} + \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{r,q}}{\mathrm{d}t} \end{cases} \tag{IV.6}$$

où $v_{s,d}$ et $v_{s,q}$ sont les composantes directe et quadratique de la tension statorique, $i_{s,d}$ et $i_{s,q}$ sont les composantes directe et quadratique de du courant statorique, $v_{r,d}$ et $v_{r,q}$ sont les composantes directe et quadratique de la tension rotorique, ici nulle, $i_{r,d}$ et $i_{r,q}$ sont les composantes directe et quadratique de du courant rotorique et ω_s et ω_r sont les pulsations statorique et rotorique. Les flux directs et quadratiques statoriques et rotoriques sont définis comme

$$\begin{cases} \Phi_{s,d} &= \mathcal{L}_s i_{s,d} + \dfrac{3}{2} L_m i_{r,d} \\ \Phi_{s,q} &= \mathcal{L}_s i_{s,q} + \dfrac{3}{2} L_m i_{r,q} \\ \Phi_{r,d} &= \mathcal{L}_r i_{r,d} + \dfrac{3}{2} L_m i_{s,d} \\ \Phi_{r,q} &= \mathcal{L}_r i_{r,q} + \dfrac{3}{2} L_m i_{s,q} \end{cases} \tag{IV.7}$$

IV.2.2 Modèle de machine polyphasée

Dans le cas d'une machine polyphasée, possédant plusieurs machines fictives chacune associée à un plan de Clarke, ces équations représentent le comportement de chaque plan, donnant ainsi,

$$\forall u \in [\![0, \lfloor N_s/2 \rfloor]\!], \begin{cases} v_{s,d_u} = \mathcal{R}_{s,u} i_{s,d_u} + \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{s,d_u}}{\mathrm{d}t} - \omega_s \Phi_{s,q_u} \\ v_{s,q_u} = \mathcal{R}_{s,u} i_{s,q_u} + \omega_s \Phi_{s,d_u} + \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{s,q_u}}{\mathrm{d}t} \\ v_{r,d_u} = \mathcal{R}_{r,p_u} i_{r,d_u} + \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{r,d_u}}{\mathrm{d}t} - \omega_{r,p_u} \Phi_{r,q_u} \\ v_{r,q_u} = \mathcal{R}_{r,p_u} i_{r,q_u} + \omega_{r,p_u} \Phi_{r,d_u} + \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{r,q_u}}{\mathrm{d}t} \end{cases} \tag{IV.8}$$

et, en notant $\dfrac{N_s}{2} L_{m,p_u} = \mathcal{M}_{p_u}$,

$$\forall u \in [\![0, \lfloor N_s/2 \rfloor]\!], \begin{cases} \Phi_{s,d_u} = \mathcal{L}_{s,u} i_{s,d_u} + \mathcal{M}_{p_u} i_{r,d_u} \\ \Phi_{s,q_u} = \mathcal{L}_{s,u} i_{s,q_u} + \mathcal{M}_{p_u} i_{r,q_u} \\ \Phi_{r,d_u} = \mathcal{L}_{r,p_u} i_{r,d_u} + \mathcal{M}_{p_u} i_{s,d_u} \\ \Phi_{r,q_u} = \mathcal{L}_{r,p_u} i_{r,q_u} + \mathcal{M}_{p_u} i_{s,q_u} \end{cases} \tag{IV.9}$$

Tiré de ces équations, le couple électromagnétique généré par la machine est

$$C_{emag} = \sum_{u=1}^{\lfloor N_s/2 \rfloor} \frac{\mathcal{M}_{p_u}}{\mathcal{L}_{r,p_u}} \left(\Phi_{r,d_u} i_{s,q_u} - \Phi_{r,q_u} i_{s,d_u} \right). \tag{IV.10}$$

IV.3 Commande vectorielle

À l'aide des outils présentés précédemment dans ce chapitre, le but est de mettre en équation, d'une manière simple, le couple électromagnétique. En effet, la relation (IV.10) exprimant le couple sous la forme d'un produit « flux rotorique fois courant statorique » montre qu'agir sur le courant statorique à flux rotorique imposé permet de piloter la machine. Comme la définition des vecteurs de Park dépend principalement d'une fréquence, l'angle à l'origine peut être réglé de manière à annuler une composante. Dans le cas d'un contrôle indirect du flux rotorique de machine asynchrone, seuls la vitesse du rotor Ω_m et les N_s courants statoriques sont mesurés. L'objectif de cette partie est de créer une commande de machine asynchrone polyphasée pour une alimentation mono-séquence ne générant qu'une seule polarité en ne mesurant que les courants et la vitesse.

IV.3.1 Superposition du repère de Park sur le flux rotorique

Dans cette partie, le flux rotorique est supposé n'être généré que par une seule séquence et être de la forme

$$\overrightarrow{\Phi_r} = \Phi_{r,d_u}\overrightarrow{\mathbf{d}_u^{N_s}} + \Phi_{r,q_u}\overrightarrow{\mathbf{q}_u^{N_s}} \tag{IV.11}$$

c'est-à-dire que le champ magnétique ne comporte qu'une seule polarité, la polarité demandée, et la machine ne crée du couple électromagnétique que sur un seul plan de Park. Si la saturation et le potentiel couplage interséquence sont négligés, seul le plan de Park statorique u est alimenté et tourne à une vitesse $\dfrac{\mathrm{d}\theta_s}{\mathrm{d}t} = \omega_s$. Comme le repère de Park peut être orienté d'une manière quelconque (figure IV.3a), l'angle à l'origine est choisi de telle sorte que l'axe direct soit superposé avec le flux rotorique (figure IV.3b). Ainsi, la composante quadratique du flux rotorique est nulle

$$\Phi_{r,q_u} = 0 \Longrightarrow \overrightarrow{\Phi_r} = \Phi_{r,d_u}\overrightarrow{\mathbf{d}_u^{N_s}} \tag{IV.12}$$

et le couple électromagnétique de la machine s'exprime simplement

$$C_{emag} = \frac{\mathcal{M}_{p_u}}{\mathcal{L}_{r,p_u}}\Phi_{r,d_u} i_{s,q_u} \tag{IV.13}$$

Pour satisfaire (IV.11) à chaque instant, il est nécessaire de caler le repère de Park, et donc la phase des tensions statoriques θ_s, sur le flux rotorique repéré par l'angle θ_{r,p_u}. Un autopilotage, décrit par les figures IV.3a et IV.3b, doit être réalisé pour garantir

$$\theta_s = p_u\theta_m + \theta_{r,p_u}. \tag{IV.14}$$

Or, seule la vitesse du rotor Ω_m et les N_s courants sont mesurables. Un estimateur de l'angle rotorique doit être créé. Prendre l'équation de tension rotorique quadratique en régime permanent donne

$$\omega_{r,pu} = -\frac{\mathcal{R}_{r,p_u}}{\Phi_{r,d_u}} i_{r,q_u}. \tag{IV.15}$$

Comme le flux rotorique quadratique est demandé nul, il vérifie

$$\Phi_{r,q_u} = \mathcal{L}_{r,p_u} i_{r,q_u} + \mathcal{M}_{p_u} i_{s,q_u} = 0 \tag{IV.16}$$

Ainsi, la pulsation rotorique peut s'exprimer à partir du courant statorique comme

$$\omega_{r,p_u} = \frac{\mathcal{R}_{r,p_u}}{\Phi_{r,d_u}}\frac{\mathcal{M}_{p_u}}{\mathcal{L}_{r,p_u}} i_{s,q_u} = \frac{\mathcal{M}_{p_u}}{\tau_{r,p_u}\Phi_{r,p_u}} i_{s,q_u} = \frac{1}{\tau_{r,p_u}}\frac{i_{s,q_u}}{i_{s,d_u}} \tag{IV.17}$$

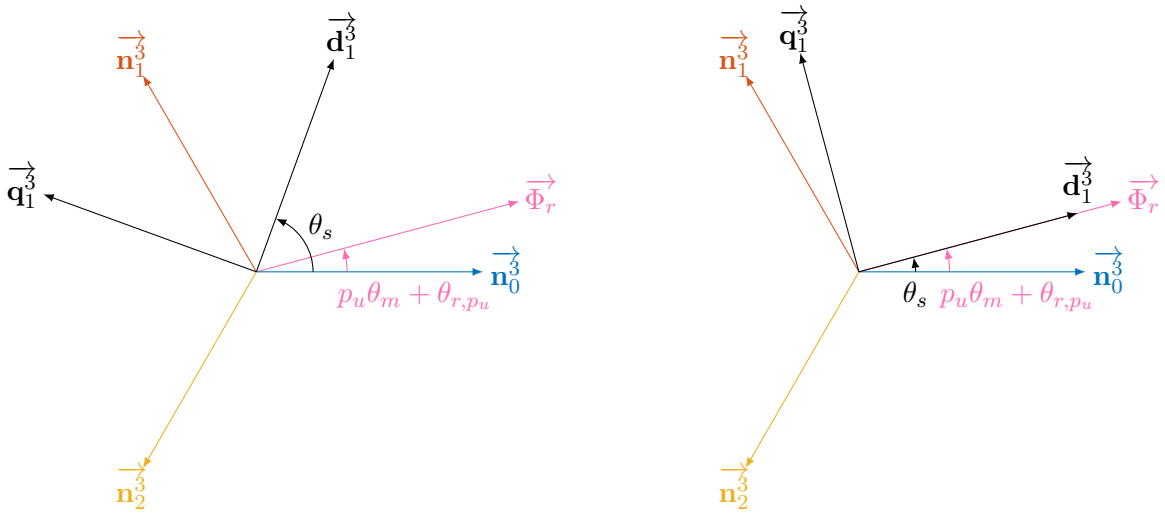
où $\tau_{r,p_u} = \mathcal{L}_{r,p_u}/\mathcal{R}_{r,p_u}$ est la constante de temps rotorique du plan de Park rotorique p_u. Finalement l'angle de Park, dépendant de la pulsation rotorique et de la vitesse mécanique du rotor, est

$$\theta_s = \int_0^t p_u\Omega_m + \frac{\mathcal{M}_{p_u}}{\tau_{r,p_u}\Phi_{r,d_u}} i_{s,q_u}\mathrm{d}t = \int_0^t p_u\Omega_m + \frac{1}{\tau_{r,p_u}}\frac{i_{s,q_u}}{i_{s,d_u}}\mathrm{d}t \tag{IV.18}$$

IV.3.2 Détermination du flux rotorique de consigne

Dans le cas où le flux rotorique est uniquement porté par le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{d}_u^{N_s}}$, il sert uniquement à magnétiser l'entrefer de la machine. Ainsi, il correspond au flux créé par l'inductance magnétisante du modèle circuit équivalent. Pour un matériau linéaire et un entrefer lisse, l'expression de l'inductance magnétisante est donnée par (I.60).

Au synchronisme, la machine absorbe du courant uniquement pour magnétiser son entrefer. Le courant statorique est le courant magnétisant. En utilisant le modèle monoharmonique en T de la figure II.16a, il vient



(a) Repère de Park statorique quelconque (b) Repère de Park statorique superposé au flux

FIGURE IV.3 – Repères de Park quelconque et supperposé au flux rotorique dans le cas d'une machine triphasée

$$I_s = I_{m,p_u} = \frac{V}{\sqrt{R_s^2 + (\ell_{s,u}\omega_s + L_{m,p_u}\omega_s)^2}} \approx \frac{V}{L_{m,p_u}\omega_s} \tag{IV.19}$$

si la chute de tension résistive au stator est faible. Pour des valeurs de tension $V_{s,n}$ et de fréquence nominale $\omega_{s,n}$, l'amplitude du flux magnétisant nominal peut être calculé comme

$$\Phi_{m,n,p_u} = \sqrt{2}\frac{N_s}{2}L_{m,p_u}I_{m,n,p_u} = \sqrt{2}\frac{N_s}{2}L_{m,p_u}\frac{V_{s,n}}{\sqrt{R_s^2 + (\ell_{s,u}\omega_{s,n} + L_{m,p_u}\omega_{s,n})^2}} \approx \sqrt{2}\frac{N_s}{2}\frac{V_{s,n}}{\omega_{s,n}} \tag{IV.20}$$

Une tendance générale des machines asynchrones est que le facteur de puissance diminue avec la polarité. A courant de magnétisation égal, comme montré par les figures III.12 et III.13 pour un réseau de réluctances linéaires, les flux et champ diminuent quand la polarité augmente. Pour maintenir les maintenir constants, il est alors nécessaire de fournir plus de courant magnétisant quand la séquence augmente, ce qui est retranscrit par les relations (IV.19) et (IV.20).

Dans la suite du chapitre, le défluxage ne sera pas abordé. Le flux de consigne sera donc supposé constant et égal au flux nominal de la polarité choisie et le courant direct demandé sera calculé à partir de

$$i_{s,d_u} = \frac{\Phi_r}{\mathcal{M}_{p_u}}. \tag{IV.21}$$

où l'inductance magnétisante cyclique $\mathcal{M}_{p_u}$ est calculée pour un matériau linéaire à partir de la relation (I.60).

IV.3.3 Modèle de commande d'une machine asynchrone polyphasée

La commande vectorielle doit permettre à la machine, sous ses limites de courant et de tension, de tourner à n'importe quelle vitesse peu importe la charge appliquée et peu importe la polarité principale demandée. Pour ce faire, deux boucles d'asservissement sont réalisées : une boucle en courant, dont le temps de réponse est rapide, imbriquée dans une boucle de vitesse, dont le temps de réponse est plus grand. La figure IV.4 présente le modèle de contrôle utilisé.

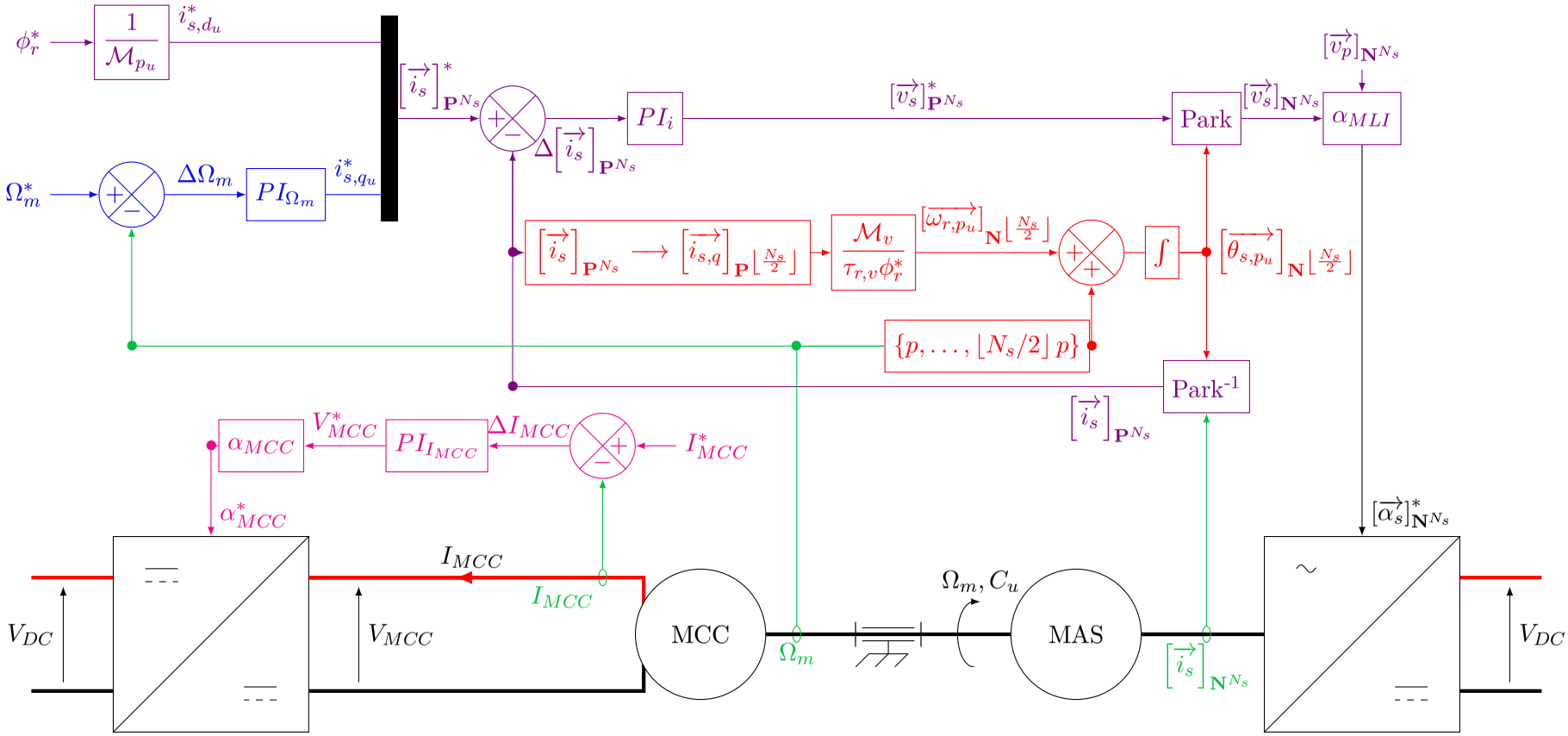


FIGURE IV.4 – Schéma de commande d'une machine asynchrone polyphasée et de sa machine de charge

Les différentes couleurs correspondent aux différentes boucles. Les mesures des courants et de la vitesse sont tracés en vert.

Boucle de courant

La boucle de courant, tracée en violet sur la figure IV.4 compare les N_s courants polyphasés alimentant la machine asynchrone aux courants de consigne. Les courants polyphasés $\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{N}^{N_s}}$ étant alternatifs, ils sont transformés en courants constants de Park $\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{P}^{N_s}}$ à l'aide de la transformée de Park inverse. Ils sont comparés aux courants de consigne $\left[\overrightarrow{i_s}\right]^*_{\mathbf{P}^{N_s}}$ définis comme

$$\overrightarrow{i_s}^* = i^*_{s,d_u}\overrightarrow{\mathbf{d}_u^{N_s}} + i^*_{s,q_u}\overrightarrow{\mathbf{q}_u^{N_s}}. \tag{IV.22}$$

où i^*_{s,d_u} est le courant magnétisant calculé à partir du flux demandé et de la relation (IV.19) et i^*_{s,q_u} est le courant quadratique calculé à partir de la différence de vitesse. L'erreur en courant $\Delta\left[\overrightarrow{i_s}\right]_{\mathbf{P}^{N_s}}$ est corrigée par un correcteur proportionnel-intégral dont les gains dépendent des paramètres électriques des $\lfloor N_s/2 \rfloor$ plans de Park. [70] donne des valeurs des coefficients proportionnel $P_{i,u}$ et intégral $I_{i,u}$

$$\begin{cases} P_{i,u} = 2\xi_u\omega_{0,u}\tau_{c,u} - (1 + K_{c,u}) \\ I_{i,u} = \dfrac{\omega^2_{0,u}\tau_{c,u}}{K_{c,u}} \\ K_{c,u} = \dfrac{\tau_{r,p_u}}{\mathcal{R}_{s,u}(\tau_{s,u} + \tau_{r,p_u})} \\ \tau_{c,u} = \sigma_u \dfrac{\tau_{s,u}\tau_{r,p_u}}{\tau_{s,u} + \tau_{r,p_u}} \\ \sigma_{p_u} = 1 - \dfrac{L^2_{m,p_u}}{\mathcal{L}_{s,u}\mathcal{L}_{r,p_u}} \end{cases} \tag{IV.23}$$

où $K_{c,u}$ est un gain et $\tau_{c,u}$ est une constante de temps dépendant de la polarité demandée et σ_{p_u} est le coefficient de Blondel de la polarité u. Pour avoir un temps de réponse le plus faible possible, l'amortissement est réglé à $\xi = \sqrt{2}/2$ et la pulsation est réglée à $\omega_{0,u} = 3/\tau_{c,u}$.

La correction des courants donne les N_s tensions de consigne de Park $[\overrightarrow{v_s}]^*_{\mathbf{P}^{N_s}}$ telles que

$$v^*_{s,d_u} = P_{i,u}\Delta i_{s,d_u} + I_{i,u}\int_0^t \Delta i_{s,d_u}\mathrm{d}t \tag{IV.24a}$$

$$v^*_{s,q_u} = P_{i,u}\Delta i_{s,q_u} + I_{i,u}\int_0^t \Delta i_{s,q_u}\mathrm{d}t. \tag{IV.24b}$$

Les tensions de Park sont ensuite transformées en tensions alternatives par la transformée inverse de Park. Ces dernières servent de modulantes au contrôleur et sont comparées à des porteuses triangulaires haute fréquence $[\overrightarrow{v_p}]_{\mathbf{N}^{N_s}}$ créant les rapports cycliques $[\overrightarrow{\alpha_s}]_{\mathbf{N}^{N_s}}$ et pilotant l'onduleur polyphasé.

Les angles utilisés pour les transformées de Park sont calculés en utilisant la relation (IV.18), traduite par la zone coloriée en rouge. Les courants directs mesurés sont multipliés par $\dfrac{\mathcal{M}_{p_u}}{\tau_{r,p_u}\Phi_{r,d_u}}$ pour obtenir les pulsations rotoriques fondamentales de chaque plan. Sommées aux vitesses électriques du rotor $pu\Omega_m$, les résultats sont intégrés pour trouver les positions électriques de chaque plan.

Comme vu dans les chapitres précédents (chapitre II partie II.1.2 et chapitre III parties III.3.1 et III.3.2), un couplage inter-séquence peut être présent naturellement ou en fonction de

l'état de saturation de la machine. Ainsi, pour garantir des courants nuls sur les plans $u' \neq u$, il peut être nécessaire d'imposer des tensions sur les autres plans. Cela a une importance dans le contrôle de la machine, car il faut piloter tous les plans de Park et calculer leurs positions respectives.

Boucle de vitesse

La boucle de vitesse, tracée en bleu, compare la vitesse du rotor à la vitesse mesurée. La différence entre ces deux vitesses est corrigée par un correcteur proportionnel-intégral

$$i^*_{s,q_u} = P_{\Omega_m,u}\Delta\Omega_m + I_{\Omega_m,u}\int_0^t \Delta\Omega_m \,\mathrm{d}t \tag{IV.25}$$

D'après IV.13, le courant quadratique est une consigne de couple. Le courant direct est calculé à partir du flux rotorique nominal. Ainsi, la boucle de vitesse et la consigne de flux donnent les consignes de courant statoriques de la relation (IV.22).

IV.3.4 Modèle de commande de la charge

Comme présenté par la figure IV.4, la machine asynchrone peut être mécaniquement connectée à une charge. Le modèle de charge présenté ici est une machine à courant continu à aimant dont le courant est asservi. En effet, une telle machine développe un couple électromagnétique proportionnel au courant absorbé

$$C_{em,MCC} = K_{I,MCC} I_{MCC} \tag{IV.26}$$

où $K_{I,MCC}$ est la constante de couple. Asservir le courant traversant la machine de charge asservi le couple sur l'arbre et donc le couple vu par la machine asynchrone. Pour réaliser ce pilotage, une boucle de courant, tracée en rose, compare le courant I_{MCC} à la valeur de consigne I^*_{MCC}. La différence est corrigée pour donner une consigne de tension

$$V^*_{MCC} = P_{I_{MCC}}\Delta I_{MCC} + I_{I_{MCC}}\int_0^t \Delta I_{MCC} \,\mathrm{d}t \tag{IV.27}$$

permettant de calculer le rapport cyclique α^*_{MCC} du hacheur.

IV.3.5 Résumé du schéma de commande

Le modèle de commande présenté pilote une machine asynchrone pour la faire en fonctionner mode mono-séquence. Il contrôle le flux et la vitesse à partir de la mesure des N_s courants des phases statoriques et de la mesure de vitesse. Une consigne de flux donne le courant magnétisant tandis que la boucle de vitesse donne une consigne de courant quadratique. Un estimateur des positions des plans statoriques permet de projeter les courants mesurer dans les repères de Park et de calculer les ordres de commandes de l'onduleur. Parce qu'un couplage inter-séquence peut être présent, demander à la machine de ne fonctionner qu'avec une seule polarité implique d'appliquer des tensions multiséquences aux enroulements statoriques. L'asservissement en courant de la machine de charge est un schéma classique. À partir d'un courant de consigne et de la mesure du courant débité, la tension d'alimentation de la machine de charge est pilotée via le rapport cyclique du hacheur.

IV.4 Intégration du modèle sur un banc d'essais pour le pilotage d'une machine 9 phases

Le modèle de commande présenté précédemment est utilisé pour piloter et charger le prototype 9 phases de l'*IRENav* dont le bobinage statorique est le bobinage $9-ND$ présentée dans

le chapitre I.

IV.4.1 Caractéristiques du banc d'essai

L'onduleur 9 phases et le hacheur sont 3 onduleurs triphasés *SEMIKRON SEMITEACH B6U+E1CIF+B6CI*. Les 9 bras d'onduleurs sont utilisés pour alimenter la machine 9 phases à partir d'un bus continu tandis qu'un bras de hacheur survolteur connecte la machine de charge au même bus continu. Ce dernier est créé par une baie 30kW de tension réglable et régulée. Les 9 courants polyphasés et le courant continu débité par la machine de charge sont mesurés par des capteurs de courant, la vitesse de rotation est mesurée par un tachymètre attelé à la machine de charge. Toutes ses mesures sont acquises par une carte *Microlabox DSpace* et sont utilisés pour piloter les deux machines.

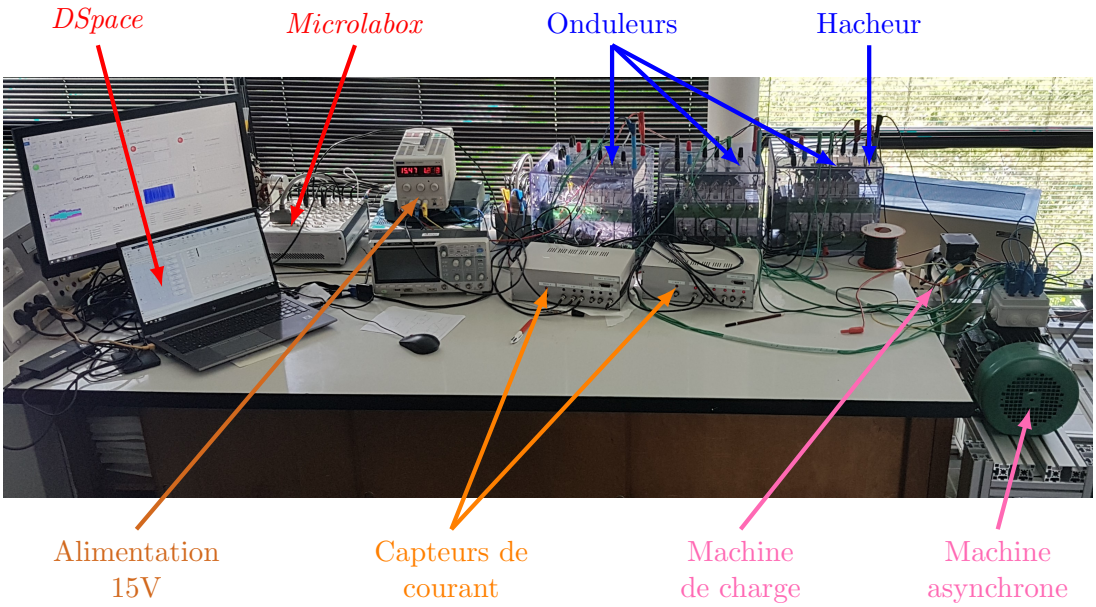


FIGURE IV.5 – Banc d'essais de la machine asynchrone 9 phases

IV.4.2 Onduleur polyphasé

La machine asynchrone est couplée en étoile. Les entrées des 9 phases sont connectés aux bras *SEMIKRON SKM50GB123D* de 3 onduleurs triphasés équipés d'interfaces de commande rapprochées *SKHI 22A* fonctionnant sous 15V. Chaque triplet de bras est relié à deux condensateurs 2200µF – 1000V en série pour un total de 1100µF. Le schéma de contrôle implémenté dans la carte est celui présenté par la figure IV.4. Les coefficients des correcteurs sont calculés à partir des équations (IV.23). Pour éviter des dynamiques électriques et mécanique trop importantes et parce que les paramètres rotoriques sont estimés à partir d'une modélisation, les coefficients réellement utilisés sont diminués et donnés par le tableau IV.3.

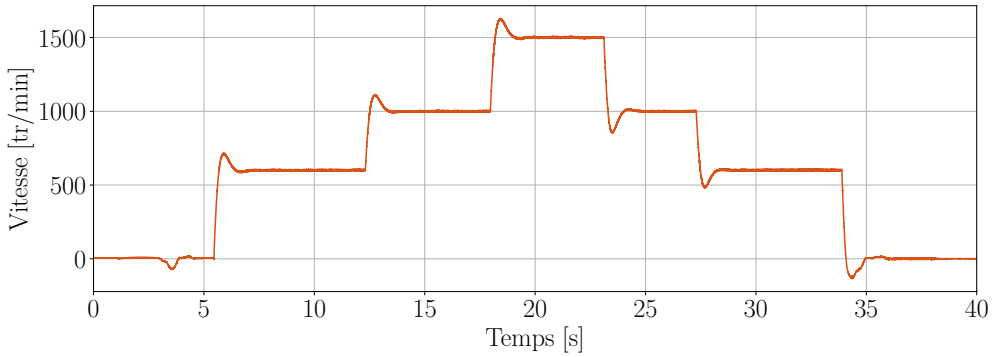
Les figures IV.6a et IV.6b présentent la vitesse du rotor mesurée lors d'essais réalisés sur les séquences 2 et 3 sans charge. Partant d'une vitesse nulle, un échelon de vitesse de 600tr/min est demandé. Dans les deux cas, la machine suit la consigne. Ensuite des échelons successifs jusqu'à 1000 puis 1500tr/min sont demandés et suivis. La machine est progressivement ralentie par paliers jusqu'à une vitesse nulle. Le contrôle en vitesse par contrôle indirect de l'orientation du flux rotorique permet de piloter la vitesse de la machine asynchrone.

TABLE IV.1 – Caractéristiques constructeur de la machine de charge

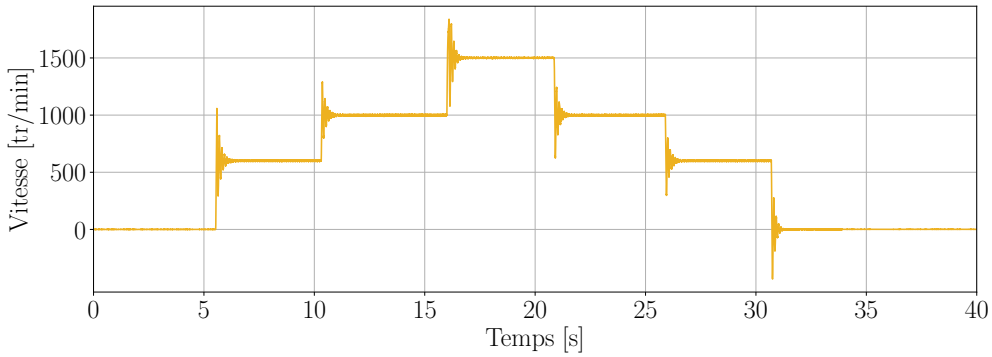
Grandeur	$\mathcal{P}_n$ [W]	Ω_n [tr/min]	C_n [N m]	C_{max} [N m]	$V_{MCC,n}$ [V]	$I_{MCC,n}$ [A]	$I_{MCC,max}$ [A]	R_{MCC} [Ω]	$K_{E,MCC}$ [mV/tr/min]
Valeur	3000	1500	4.8	24	180	9.8	49	0.67	57

TABLE IV.2 – Caractéristiques constructeur de la machine asynchrone $9-ND$ pour son fonctionnement nominal sur la séquence 3

Grandeur	$\mathcal{P}_n$ [W]	Ω_n [tr/min]	C_n [N m]	C_{max} [N m]	$V_{MAS,n}$ [V]	$I_{MAS,n}$ [A]	$I_{MAS,max}$ [A]	R_{MAS} [Ω]
Valeur	1500	966	14.9	37.3	77	3.65	19.2	1.77

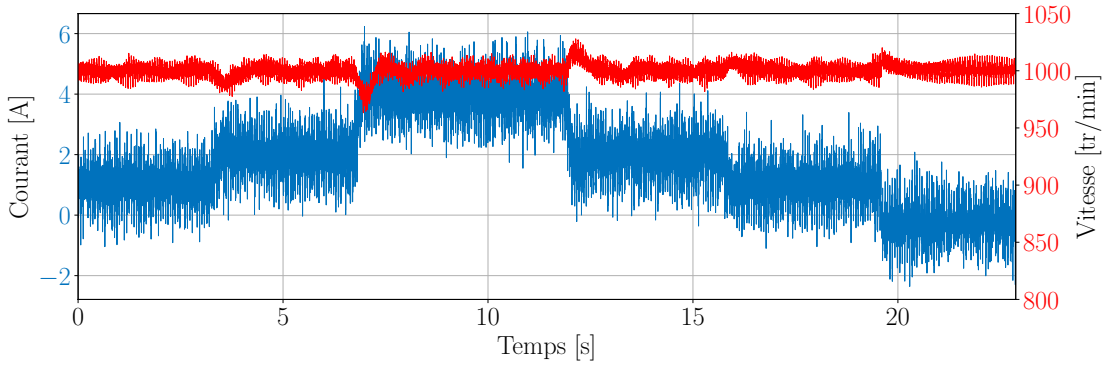


(a) $u = 2$

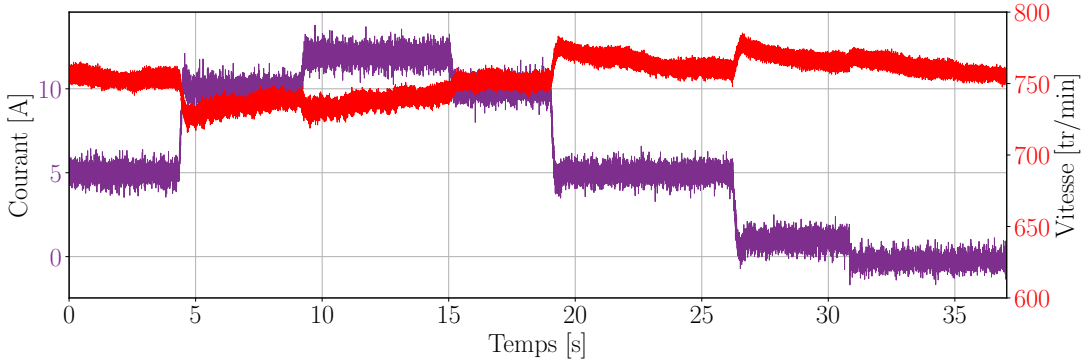


(b) $u = 3$

FIGURE IV.6 – Essais d'échelons de vitesse de 600, 1000 et 1500tr/min pour les séquences 2 et 3 à charge nulle



(a) $u = 1$



(b) $u = 4$

FIGURE IV.7 – Essais d'échelons de courant 1, 2 et 4A pour la séquence 1 pour une vitesse de 1000tr/min et de 1, 5, 10 et 12A pour la séquence 4 pour une vitesse de 750tr/min

TABLE IV.3 – Coefficients proportionnels et intégraux des correcteurs de vitesse et de courant pour chacune des polarités

u	1	2	3	4
Gain proportionnel théorique courant (IV.23) [$\mathrm{V\,A^{-1}}$]	2.583	2.630	2.614	2.554
Gain intégral théorique courant (IV.23) [$\mathrm{V\,A^{-1}\,s^{-1}}$]	1008	2777	27360	1100
Gain proportionnel courant utilisé [$\mathrm{V\,A^{-1}}$]	2.449	2.562	2.587	2.548
Gain intégral courant utilisé [$\mathrm{V\,A^{-1}\,s^{-1}}$]	552	1346	3181	905
Gain proportionnel vitesse [$\mathrm{A\,rad^{-1}\,s}$]	0.1	0.05	0.075	0.55
Gain intégral vitesse [$\mathrm{A\,rad^{-1}}$]	0.3	0.25	15	0.09

IV.4.3 Hacheur survolteur

La machine de charge est une machine courant continu à aimants de puissance nominale 3kW issue du commerce. Les données constructeurs utiles au pilotage sont présentées dans le tableau IV.1. La constante de couple de la machine, utilisée pour convertir la commande de couple en commande de courant, est évaluée en divisant le couple par le courant correspondant

$$K_{I,MCC} = \frac{C_{max}}{I_{MCC,max}} = \frac{C_n}{I_{MCC,n}} = 0.49\mathrm{N\,m}. \tag{IV.28}$$

Le hacheur contrôlant la machine à courant continu reçoit sa commande à partir de la différence de courant corrigée par un correcteur proportionnel-intégral dont le coefficient proportionnel vaut $P_{I_{MCC}} = -1\mathrm{V\,A^{-1}}$ et le coefficient intégral vaut $I_{I_{MCC}} = -30\mathrm{V\,A^{-1}\,s^{-1}}$.

Le hacheur est un hacheur survolteur dont la structure est présentée par la figure IV.8. La tension du bus continu et la tension moyenne appliquée à la machine sont liées par la relation

$$V_{MCC} = (1 - \alpha_{MCC})V_{DC}. \tag{IV.29}$$

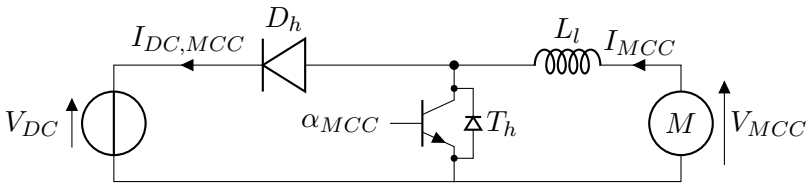


FIGURE IV.8 – Hacheur survolteur utilisé pour la commande de la machine de charge

Par construction du hacheur, le courant ne peut être que débité par la machine. Pour une vitesse de rotation positive, elle ne peut fonctionner qu'en régime générateur. Aussi, une inductance de lissage de 38mH est ajoutée atténuer l'ondulation de courant et améliorer l'asservissement en couple.

Les figures IV.7a et IV.7b présentent la vitesse du rotor de la machine asynchrone lors d'essais d'impact de charge sur les séquences 1 et 4. Pour la séquence 1, la vitesse demandée de 1000tr/min est tenue peu importe la valeur du courant débité par la machine de charge de 1, 2 et 4A, proportionnel au couple appliqué sur l'arbre. Lors des impacts, une perturbation de la vitesse est visible, mais rapidement corrigée par le contrôle de l'onduleur. Le protocole est identique pour la séquence 4. La vitesse demandée de 750tr/min est tenue pour des impacts de 1, 5, 10 et 12A débités par la machine de charge. Le contrôle de la machine de charge est validé, ainsi que l'asservissement en vitesse de la machine asynchrone en charge.

IV.4.4 Mesures des courants et de la vitesse

Les 9 courants polyphasés et le courant continu débité par la machine de charge sont mesurés par des sondes de courant créées par le Laboratoire d'Électrotechnique et d'Électronique de Puissance (*L2EP*) de Lille pour l'*IRENav*. Celles-ci sont composées d'un capteur à effet Hall *LTSR 25-NP* mesurant des courants nominaux de 25A et maximaux de 80A. Ces courants sont filtrés analogiquement par un montage différentiel dont la fréquence maximale de travail est de 20kHz et induisant un déphasage inférieur à 5° à 23.4kHz, évitant de déstabiliser les asservissements. Le gain de ces capteurs est de $100\text{mV}\,\text{A}^{-1}$.

La vitesse est mesurée par un tachymètre attelé à la machine de charge. Il peut mesurer des vitesses jusqu'à 9000tr/min avec un gain de 10mV/tr/min.

IV.4.5 Pertes collectives

L'accouplement mécanique entre les deux machines ainsi que le frottement des roulements induit un couple résistant. Si la machine de charge fonctionne à vide, c'est-à-dire sans charge, la puissance électrique absorbée est donc la somme des pertes par effet Joule, proportionnelles à la valeur du courant au carré, des pertes fer, proportionnelles à la vitesse et à son carré, ainsi que les pertes mécaniques, composée d'un terme « sec » et d'un terme « visqueux ». Ainsi

$$\mathcal{P}_{abs,MCC} = p_{J,MCC} + p_{Fe} + p_{meca} = p_{J,MCC} + \left(k_h\Omega_m + k_e\Omega_m^2\right) + \left(a\Omega_m + b\Omega_m^2\right). \tag{IV.30}$$

Les pertes fer et mécaniques sont modélisés en fonction de la vitesse par un terme linéaire et un terme quadratique, il est possible de les regrouper sous le nom de « pertes collectives » et notées p_c. Ainsi, le couple de pertes collectives, noté C_c, est

$$C_c\Omega_m = p_c = (C_0 + f_0\Omega_m)\,\Omega_m = \mathcal{P}_{abs,MCC} - p_{J,MCC} \tag{IV.31}$$

Pour quantifier ce couple, des essais sur le banc sont réalisés. La machine asynchrone n'est pas alimentée et la machine de charge est directement alimentée par une source de tension réglable. La machine de charge fonctionne donc à vide. Pour différentes valeurs de tensions, le courant et la puissance absorbés par la machine sont mesurés ainsi que la vitesse de rotation. Les pertes collectives et le couple collectifs peuvent être calculés pour différentes vitesses, comme montré sur la figure IV.9. Comme le couple dépend linéairement de la vitesse, une interpolation linéaire est faite pour le modéliser. Cette interpolation donne

$$C_c(\Omega_m) = C_0 + f_0\Omega_m = 0.28[\text{N m}] + 0.0014[\text{N m rad}^{-1}\,\text{s}]\Omega_m. \tag{IV.32}$$

IV.4.6 Calcul théorique du rendement des convertisseurs statiques

Comme piloter une machine asynchrone requière l'utilisation d'un onduleur, calculer le rendement de l'ensemble « convertisseur - machine » permet de choisir la meilleure séquence pour maximiser le rendement global de l'installation. Bien que le rendement des convertisseurs statiques soient très bon, les transistors (typiquement des transistors bipolaire à grille isolée, *insulated-gate bipolar transistor* (*IGBT*)) et diodes génèrent des pertes lors de la conduction et de la commutation à la fréquence f_{comm} pour un courant de valeur efficace I et alimentant une phase à la tension V déphasés de φ. Lors d'un fonctionnement en MLI à l'indice de modulation m, les pertes par conduction et par commutation dues aux transistors sont modélisés comme [71]

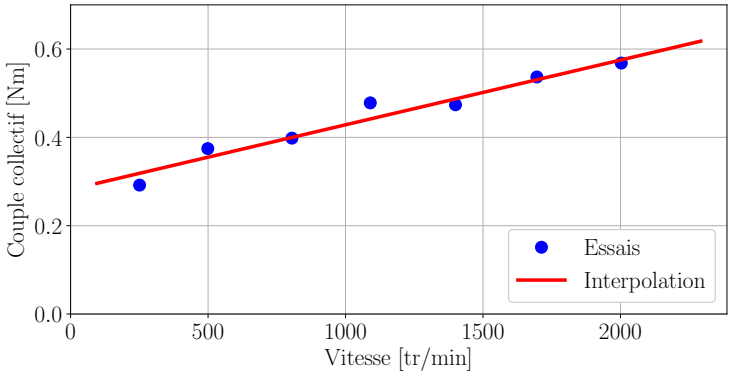


FIGURE IV.9 – Couple des pertes collectives relevé en fonction de la vitesse de rotation et l'interpolation linéaire associée

$$\begin{cases} p_{cond,IGBT} = \left(\frac{1}{2\pi} + \frac{m\cos(\varphi)}{8}\right) V_{CE0}\sqrt{2}I + 2\left(\frac{1}{8} + \frac{m\cos(\varphi)}{3\pi}\right) R_{CE}I^2 \\ p_{comm,IBGT} = f_{comm}\left(E_{on,IGBT} + E_{off,IGBT}\right)\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{I}{I_{ref}}\left(\frac{V}{V_{ref}}\right)^{k_{v,IGBT}} \end{cases} \tag{IV.33}$$

et les pertes par conduction et par commutation dues aux diodes sont modélisées par

$$\begin{cases} p_{cond,diode} = \left(\frac{1}{2\pi} - \frac{m\cos(\varphi)}{8}\right) V_{f0}\sqrt{2}I + 2\left(\frac{1}{8} - \frac{m\cos(\varphi)}{3\pi}\right) R_f I^2 \\ p_{comm,diode} = f_{comm}E_{off,diode}\frac{\sqrt{2}}{\pi}\left(\frac{I}{I_{ref}}\right)^{k_{I,diode}}\left(\frac{V}{V_{ref}}\right)^{k_{v,diode}} \end{cases}. \tag{IV.34}$$

Ces quatre équations sont formulées en supposant que les pertes par conductions à l'état bloqué sont nulles, que le passage à l'état passant de la diode ne coûte pas d'énergie et que le courant traversant les bras sont sinusoïdaux. Les significations des différentes grandeurs introduites par (IV.33) et (IV.34) sont présentées dans le tableau IV.4. Aussi, ce tableau donne les valeurs de ces grandeurs pour les IGBT et diodes de l'onduleur et du hacheur utilisés pour le banc.

À partir des modèles de pertes, il est possible de tracer le rendement de l'onduleur 9 phases et du hacheur utilisés pour le banc d'essais. Les figures IV.10a et IV.10b présentent ces rendements. Hormis une zone de faible rendement à très basse tension, les valeurs sont typiquement supérieures à 90%.

Ces rendements sont utilisés pour calculer le rendement de la machine asynchrone (IV.39) ou de l'ensemble « onduleur - machine ».

IV.5 Essais

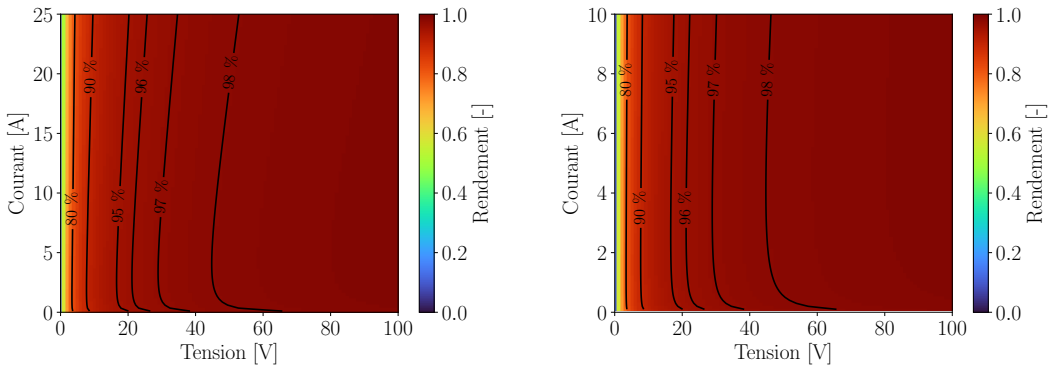
Le banc permet de faire tourner la machine asynchrone à une vitesse donnée et d'appliquer un couple de charge connu. Il est alors possible de réaliser des essais pour caractériser le rendement de la machine polyphasée pour chacune des séquences. L'équation (IV.20) permet de calculer le flux nominal rotorique,.

IV.5.1 Caractéristiques couple-vitesse d'une machine asynchrone polyphasée

La vitesse de base d'une séquence est supposée être la vitesse de synchronisme de cette séquence. Ainsi, pour la fréquence nominale de la machine $f_{s,n}$, la vitesse de base est

TABLE IV.4 – Signification et valeurs des grandeurs nécessaires au calcul des pertes des convertisseurs

Grandeur	Signification	Valeur
$E_{off,IGBT}$	Énergie nécessaire au passage de l'IGBT à l'état bloqué	4.5mJ
$E_{off,diode}$	Énergie nécessaire au passage à l'état bloqué de la diode	2mJ
$E_{on,IGBT}$	Énergie nécessaire au passage de l'IGBT à l'état passant	7mJ
I_{ref}	Courant de référence	50A
$k_{I,diode}$	Exposant de la dépendance des pertes par commutation au courant	0.6
$k_{V,diode}$	Exposant de la dépendance des pertes par commutation à la tension	0.6
$k_{V,IGBT}$	Exposant de la dépendance des pertes par commutation à la tension	1.35
R_{CE}	Résistance de l'état passant de l'IGBT	20mΩ
R_f	Résistance de l'état passant de la diode	22mΩ
V_{CE0}	Tension de seuil collecteur-émetteur de l'IGBT	1.5V
V_{f0}	Tension de seuil de l'état passant de la diode	2V
V_{ref}	Tension de référence	600V



(a) Cartographie de rendement de l'onduleur (b) Cartographie de rendement du hacheur

FIGURE IV.10 – Cartographie de rendement théorique des convertisseurs du banc d'essais

$$\Omega_b = \frac{2\pi f_{s,n}}{p_u}. \tag{IV.35}$$

Le couple de base est le couple maximal que la machine développe pour la séquence étudiée, magnétisée par le flux calculé par (IV.20) et un courant quadratique calculé par les valeurs nominale et directe. Pour la machine 9 phases de l'*IRENav*, il existe donc quatre vitesses de base et quatre couples de base, répertoriés dans le tableau IV.5. Au point de base, la puissance mécanique développée par la machine est sa puissance nominale.

Pour une vitesse supérieure à la vitesse de base, pour ne pas dépasser la puissance maximale, il convient de réduire le flux de la machine pour diminuer le couple maximal inversement proportionnellement à la vitesse demandée. Comme présenté par [1, 26], la machine 9 phases possède quatre caractéristiques couple-vitesse dont les vitesses de bases diminuent avec la séquence et dont le couple de base augmente avec la séquence, comme montré par la figure IV.11.

La figure IV.11 montre que certaines zones ne sont atteignables qu'avec une séquence. Évidement, si l'utilisateur veut atteindre ces zones, il n'aura d'autre choix que de choisir cette

TABLE IV.5 – Couples et vitesses de base et courant magnétisant pour la machine 9 phases pour une fréquence nominale de 50Hz et un flux nominal de 1.602Wb

u	1	2	3	4
Ω_b[tr/min]	3000	1500	1000	750
C_b[N m]	4.1	10.4	21.7	35.6
i_{s,d_u}[A]	1.0	1.4	2.4	5.8

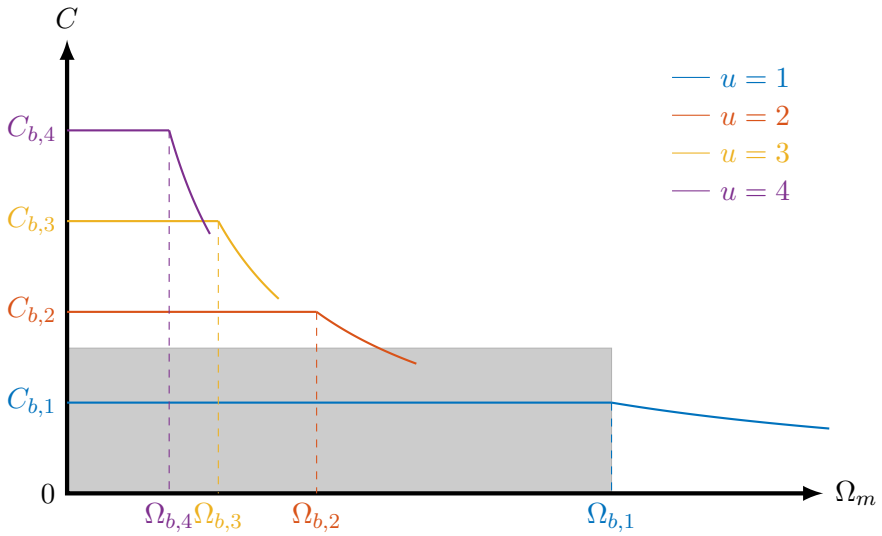


FIGURE IV.11 – Caractéristiques couples-vitesses théoriquement atteignables pour un contrôle vectoriel de la machine 9 phases pour chacune de ses quatre séquences. La zone atteignable par le banc d'essais est la zone grise

unique séquence. Aussi, certaines zones peuvent être atteintes par plusieurs séquences. Dans ce cas, l'utilisateur peut choisir quelle séquence utiliser dans un but bien précis, comme augmenter le rendement ou réduire les ondulations de couples. Pour augmenter le rendement, c'est généralement la plus petite séquence qui doit être choisie car elle nécessite moins de courant magnétisant [1].

Pour ne pas endommager le matériel lors des essais, seule la zone grisée de la figure IV.11, correspondant à la zone de fonctionnement normale de la machine de charge, peut être parcourue. Avec le banc actuel, il n'est pas possible d'atteindre l'entièreté des points couple-vitesse pour les séquences 2, 3 et 4.

IV.5.2 Calcul du rendement de la machine asynchrone

Le rendement de la machine asynchrone η_{MAS} est défini comme le rapport entre la puissance mécanique appliquée à l'arbre $\mathcal{P}_{meca,MAS}$ et la puissance électrique absorbée $\mathcal{P}_{abs,MAS}$

$$\eta_{MAS} = \frac{\mathcal{P}_{meca,MAS}}{\mathcal{P}_{abs,MAS}}. \tag{IV.36}$$

La puissance mécanique sur l'arbre est récupérée par la machine de charge. En prenant en compte les pertes collectives développées par les relations (IV.31) et (IV.32), il vient

$$P_{meca} = p_c + p_{J,MCC} + \mathcal{P}_{elec,MCC}. \tag{IV.37}$$

Comme le hacheur et l'onduleur sont reliés au même bus continu, la puissance absorbée par la machine asynchrone peut être définie comme

$$\mathcal{P}_{abs,MAS} = \mathcal{P}_{abs,onduleur}\eta_{onduleur} = (\mathcal{P}_{alim} + \mathcal{P}_{elec,MCC}\eta_{hacheur})\,\eta_{onduleur} \tag{IV.38}$$

où $\eta_{onduleur}$ et $\eta_{hacheur}$ sont les rendements de l'onduleur et du hacheur, $\mathcal{P}_{alim}$ est la puissance débitée par la baie d'alimentation et $\mathcal{P}_{abs,onduleur}$ est la puissance absorbée par l'onduleur. Finalement, le rendement de la machine asynchrone est

$$\eta_{MAS} = \frac{p_c + p_{J,MCC} + \mathcal{P}_{elec,MCC}}{(\mathcal{P}_{alim} + \mathcal{P}_{elec,MCC}\eta_{hacheur})\,\eta_{onduleur}}. \tag{IV.39}$$

Comme la tension appliquée à la machine de charge V_{MCC} est hachée, il est difficile de la mesurer. Une méthode pour estimer sa valeur moyenne est d'ajouter la chute de tension ohmique à la force électromotrice pour donner

$$V_{MCC} = E_{MCC} - R_{MCC}I_{MCC} = K_{E,MCC}\Omega_m - R_{MCC}I_{MCC}. \tag{IV.40}$$

Ainsi, la puissance débitée par la machine de charge est

$$\mathcal{P}_{elec,MCC} = V_{MCC}I_{MCC} = (K_{E,MCC}\Omega_m - R_{MCC}I_{MCC})\,I_{MCC}. \tag{IV.41}$$

Comme la constante de force électromotrice et la résistance sont données par le constructeur (tableau IV.1) et que le courant et la vitesse sont mesurés, la valeur moyenne V_{MCC} est connue, donc la puissance électrique débitée par la machine de charge l'est aussi.

IV.5.3 Tracé des cartes de rendement de la machine asynchrone et de l'ensemble onduleur - machine asynchrone en fonction du couple mécanique et de la vitesse

À partir des mesures de
- la puissance débitée par l'alimentation continue $\mathcal{P}_{alim}$,
- de la puissance $\mathcal{P}_{elec,MCC}$ développée par (IV.41)
- du courant I_{MCC} débité par la machine de charge,
- des pertes collectives développées par la relation (IV.31) et obtenues par la mesure de vitesse

il est possible de calculer le rendement de la machine asynchrone avec (IV.39). Les rendements des convertisseurs statiques dépendent de la fréquence de commutation, du courant les traversant et de la tension aux bornes des interrupteurs comme montré par les relations (IV.33) et (IV.34), mais sont globalement élevés.

Le couple mécanique est calculé en utilisant la puissance mécanique (IV.37) sur l'arbre et la vitesse de rotation

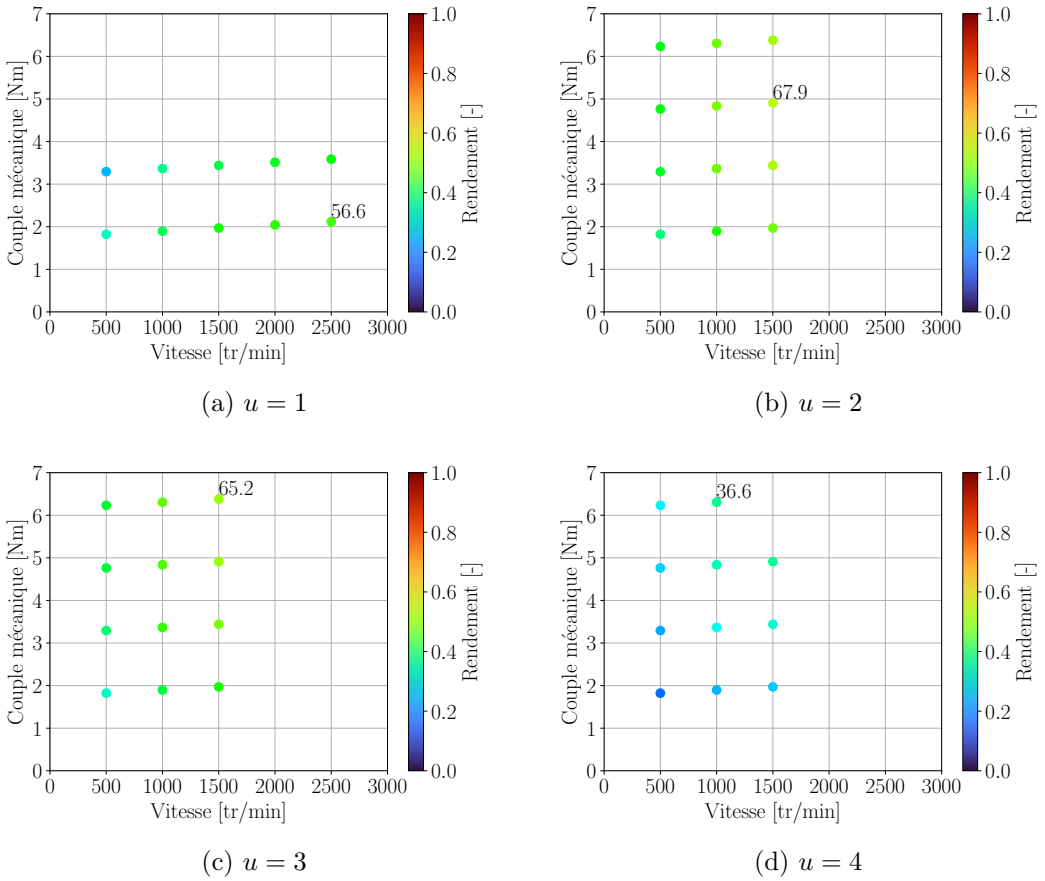
$$C_{meca} = \frac{\mathcal{P}_{meca}}{\Omega_m} = \frac{p_c + p_{J,MCC} + \mathcal{P}_{elec,MCC}}{\Omega_m}. \tag{IV.42}$$

Ainsi, il est possible de calculer et de tracer le rendement de la machine asynchrone pour une vitesse de rotation demandée et un couple imposé. Les figures IV.12a à IV.12d présentent ce rendement obtenu en suivant le protocole suivant :

Protocole : l'IGBT du hacheur pilotant la machine de charge est laissé ouvert, la diode permet à la machine de débiter n'importe quel courant sous n'importe quelle tension. La machine asynchrone n'est donc pas chargée. Une vitesse de rotation est imposée à la machine par le contrôle pour une séquence donnée. Après avoir atteint sa vitesse, la machine de charge est utilisée pour charger progressivement l'arbre en asservissant le courant débité par celle-ci. Pour chaque cas de chargement, les puissances débitées par l'alimentation, par la machine de charge, le courant débité par la machine de charge, la vitesse de rotation, les modulantes des tensions

de commande des IGBT de l'onduleur et les courants polyphasés sont acquis. Ces mesures permettent de calculer le rendement des convertisseurs, via les relations (IV.33) et (IV.34), les pertes collectives (IV.31), la puissance mécanique (IV.37) et la puissance absorbée par la machine asynchrone (IV.38) et d'enfin déduire le rendement (IV.39).

Les figures IV.12a à IV.12d présente le rendement de la machine asynchrone à bobinage non diamétral pour chacune des quatre séquences. Dans chacun des essais, seul le plan correspondant crée un couple tandis que les autres plans sont commandés pour qu'il n'y ait ni courant direct ni courant quadratique. Les vitesses demandées et les couples appliqués sont limités par les valeurs de base du tableau IV.5 et de la zone de fonctionnement grisée de la figure IV.11.



(a) $u = 1$ (b) $u = 2$

(c) $u = 3$ (d) $u = 4$

FIGURE IV.12 – Cartes de rendement expérimentale de la machine asynchrone à bobinage non diamétral en fonction de la vitesse de rotation et du couple mécanique pour une fréquence de moduation de 10kHz et une tension de bus continue égale à 200V et un flux rotorique de 1.602Wb. Le point ayant le plus grand rendement est labélisé avec sa valeur.

L'analyse de ces figures met en évidence quatre points intérressants.

Le premier est que, comme le couple de base de la séquence 1 est de 4.1N m pour un flux magnétisant de 1.602Wb (voir tableau IV.5), il n'est pas possible de dépasser cette valeur. Expérimentalement, si le courant de consigne de la machine de charge est demandé supérieur à 7.2A, la machine cale car le couple demandé est supérieur au couple maximal atteignable sur cette séquence.

Le deuxième point est que le point (6N m, 1500tr/min) de la séquence 4 ne peut être atteint qu'au prix d'une tension de consigne très élevées (de l'ordre de 8000V relevées lors des essais) qui ne peut pas être tenue par l'alimentation continue à 200V. Il semblerait que la puissance électrique demandée soit supérieure aux limites fixées pour les essais. Ce point semble être hors de la caractéristique atteignable pas la séquence 4 dont la vitesse de base est de 750tr/min.

Le troisième point est que, pour les points couple-vitesse atteignales par plusieurs séquences, un choix peut être fait pour utiliser la séquence présentant le meilleur rendement. Par exemple, pour une charge d'environ 5N m à 1500tr/min, il est préférable d'utiliser la séquence 2 atteignant un rendement de 67.9%, supérieur à celui disponible avec la séquence 3 (64.9%) ou 4 (35.2%).

Le quatrième point est que les rendements de la séquence 4 sont bien plus mauvais que celui des autres séquences. Cela peut être dû à au courant magnétisant élevé (tableau IV.5) augmentant les pertes.

IV.5.4 Analyse des angles de Park

Le contrôle présenté par le schéma de commande de la figure IV.4 nécessite le calcul des angles de rotation pour chacun des plans de Park, peu importe la séquence u demandée. Cela repose sur le calcul de la pulsation rotorique et la mesure de la vitesse de rotation, comme montré par l'équation (IV.18). Ainsi la vitesse de rotation du plan de Park u' est donnée par

$$\omega_{s,u'} = \frac{\mathrm{d}\theta_{s,u'}}{\mathrm{d}t} = p_{u'}\Omega_m + \frac{\mathcal{M}_{p_{u'}}}{\tau_{r,p_{u'}}\Phi_{r,d_{u'}}} i_{s,q_{u'}}. \tag{IV.43}$$

En régime permanent à la séquence u, la vitesse de rotation de l'arbre est la vitesse de consigne, les courants direct et quadratique du plan $u' \neq u$ sont consignés nuls. Ainsi, la fréquence des plans non contrôlés est la fréquence de synchronisme liée à ce plan, imposant au plan de ne pas créer de couple

$$\forall u' \neq u, \quad \omega_{s,u'} = p_{u'}\Omega_m \Longrightarrow g_{p_{u'}} = 0 \tag{IV.44}$$

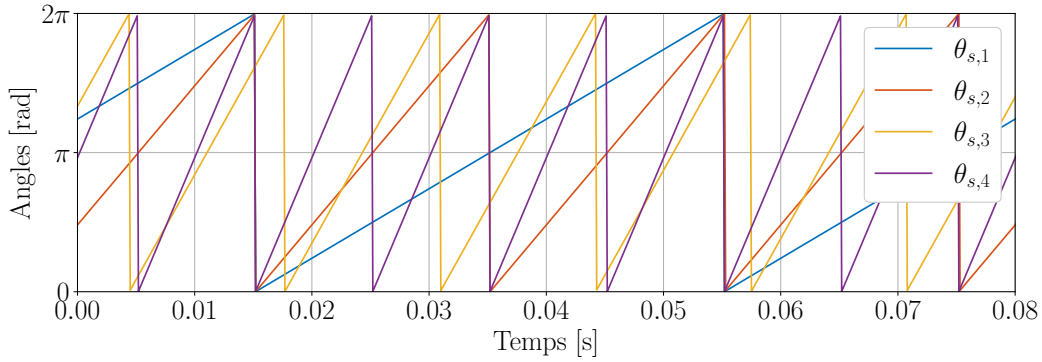
Les figures IV.13a à IV.13b présentent les angles des quatre plans de Park calculés et utilisés pour le contrôle de la machine à bobinage non diamétral avec la séquence 3 pour une vitesse de 1500tr/min et chargée par la machine de charge tirant un courant de 12A, correspondant à un couple sur l'arbre d'environ 6.4N m. La figure IV.13a montre que les angles $\theta_{s,2}$ et $\theta_{s,4}$ ont des périodes respectivement deux et quatre fois plus petites que celle de $\theta_{s,1}$ comme prévu par la relation (IV.44). L'angle $\theta_{s,3}$ n'a pas une période multiple des trois autres. En effet, comme ce plan est choisi pour générer du couple, un glissement sera présent selon (IV.17). La figure IV.13b présente les mêmes angles sur l'intervalle de temps [14ms, 20ms]. Les angles $\theta_{s,1}$,$\theta_{s,2}$ et $\theta_{s,4}$ s'annulent tous à 15.2ms, ils ont la même phase à l'origine. La figure IV.13a montre une périodicité toutes les 40ms. L'angle $\theta_{s,3}$ s'annule à 17.7ms, n'est pas en phase avec les trois autres sa fréquence n'est pas un multiple de la fréquence de $\theta_{s,1}$.

Dans cet exemple où la machine tourne à 1500tr/min avec la séquence 3 et chargée par la machine de charge débitant un courant de 12A, les fréquences des plans sont donnés par le tableau IV.6. Pour garantir un glissement nul sur les plans 1, 2 et 4, il faut que les fréquences de ces plans soient la fréquence de synchronisme de leurs polarités respectives, comme montré par (IV.44). Pour tourner à la vitesse de consigne avec la séquence u générant p_u paires de pôles, il est nécessaire d'avoir une vitesse de synchronisme supérieure à la vitesse demandée et donc, dans le cas présent, d'injecter des tensions dont la fréquence $f_{s,3}$ est supérieure à

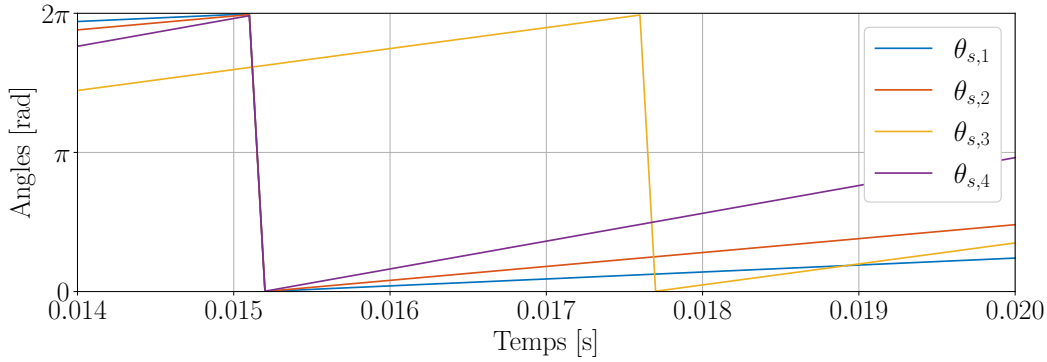
$$\frac{\Omega_m^* p_3}{2\pi} = \frac{1500 \times \frac{2\pi}{60} \times 3}{2\pi} = 75\text{Hz}. \tag{IV.45}$$

La différence entre la fréquence injectée et la fréquence de synchronisme est proportionnelle au couple demandé. Cette remarque peut être liée à la caractéristique couple-vitesse (figure I.3, II.18) de la machine asynchrone où le couple évolue linéairement par rapport au glissement si celui-ci est faible. En fait, le calage du repère de Park sur le flux rotorique présenté dans la partie IV.3.1 place naturellement la machine dans cette zone de fonctionnement.

Ces quatre conditions sont respectées comme le montrent les fréquences et glissements du tableau IV.6. Seul le plan 3 possède une fréquence non proportionnelle à la vitesse de rotation



(a) Temps long



(b) Temps court

FIGURE IV.13 – Angles de Park utilisés lors des essais pour un contrôle de la machine à bobinage non diamétral sur la séquence 3 à 1500tr/min et chargée par la machine de charge tirant 12A

demandée, ce qui implique un champ tournant plus rapide que le rotor et créant des courants dans celui-ci. Ces courants ont des fréquences faibles car le couple demandé est faible qui requière un glissement inférieur au pourcent. Les autres plans sont réglés au synchronisme, et ne génèrent donc aucun couple.

TABLE IV.6 – Fréquences, pulsation et glisements des quatre plans de Park pour un contrôle de la machine à bobinage non diamétral sur la séquence 3 à 1500tr/min et chargée par la machine de charge débitant un courant de 12A

u	$f_{s,u}$[Hz]	f_{r,p_u}[Hz]	g_{p_u}[%]
1	25.00	0.00	0.00
2	50.00	0.00	0.00
3	75.41	0.41	0.54
4	100.0	0.00	0.00

[72, 73] alertent sur l'apparition de vibrations si plusieurs plans génèrent du couple, comme lors d'injections d'harmonique (figure I.19) de changement électronique de polarité où deux séquences seront utilisés simultanément. Pour éviter ce phénomène appelé *beat oscillations*, les champs générés doivent être synchronisés et donc tous les plans utilisés doivent avoir le même glissement. Selon (IV.17), le glissement est déduit du rapport des courants direct et quadratique et de la constante de temps rotorique. L'estimation des paramètres rotoriques est alors cruciale puisque s'ils sont mal estimés, le glissement des plans peut être mal évalué, désynchronisant les champs, et des vibrations apparaissent. Comme ici le couple n'est généré que par un seul plan,

les courants directs et quadratiques des autres plans sont nuls et fixent leurs glissements à zéro.

IV.5.5 Analyse des courants statoriques

D'après le schéma de contrôle décrit par la sous-partie IV.3.3, le schéma de la figure IV.4 et pour une polarité de travail donnée p_u, les courants statoriques des plans $u' \neq u$ sont imposés nuls tandis que le courant direct du plan u magnétise constamment la machine et le courant quadratique du plan u crée du couple d'après (IV.13), (IV.17) et (IV.20). La boucle de courant calcule des tensions de commande en fonction de la différence entre les courants mesurés et demandés. Ces tensions, normalisées par la tension du bus continu, servent de modulantes qui, comparées à des tensions porteuses haute fréquence, génèrent les ordres de commandes de l'onduleur.

Ainsi en régime permanent, les courants statoriques n'appartiennent qu'à une seule séquence, la séquence u demandée. De cette manière, seul le plan de Park u génère du couple. La figure IV.14 présentant les courants statoriques de la machine à bobinage non diamétral pour une alimentation avec la séquence 3 pour une vitesse demandée de 1500tr/min et chargée par la machine de charge tirant 12A. Le courant de Park imposé sur les plans 1, 2 et 4 est nul, comme demandé par (IV.22) et la figure IV.14 montre que les six courants suivent leurs consignes, au bruit de mesure près. Sur le plan 3, la consigne de courant direct, calculée à partir de (IV.20) et valant 3.53A, est tenue. Le courant quadratique à une valeur non nulle égale à 1.65A permettant de créer le couple électromagnétique nécessaire pour compenser le couple imposé par la machine de charge.

IV.5.6 Analyse des tensions statoriques

D'après le schéma de contrôle Les courants statoriques sont corrigés pour obtenir les consignes de tensions à appliquer à la machine asynchrone. Comme vu dans la sous-partie II.1.2, la machine asynchrone à bobinage non diamétral possède un certain nombre de couplages interséquence apparaissant lors d'un fonctionnement linéaire. Avec l'apparition de la saturation, ce couplage s'intensifie et change, des plans normalement indépendants se retrouvent liés. Pour garantir que le courant suive sa consigne, c'est-à-dire qu'il ne soit porté que par un seul plan de Park, il peut être nécessaire d'appliquer une tension multiséquence aux enroulements statoriques compensant les couplages. Cette compensation est nécessaire dès que les séquences sont couplées, soit par un couplage interséquence linéaire, soit par la saturation magnétique.

La figure IV.15 présente les tensions de consignes statoriques issues de la correction des courants de la figure IV.14. Si le matériau était linéaire, demander des courants sur le plan 3 ne devraient impliquer que des tensions sur le même plan. Les tensions directe et quadratique du plan 3 sont constantes et valent respectivement 10.6V et 165V. Or, il est remarquable que les tensions des plans 2 et 4 ne sont pas nulles. Cela est du à une saturation du matériau engendrant un couplage interséquence différent de celui prévu par la théorie linéaire développée dans la sous-partie II.1.2. Comme le matériau sature, les tensions du plan 3 génèrent aussi des courants sur les autres plans, que les tensions correspondantes cherchent à annuler. Aussi, une oscillation basse fréquence est présente pour ces plans, due à la correction intégrale des correcteurs de courants.

IV.5.7 Résumé des essais

Pour garantir que seul un plan de Park génère du couple, il est nécessaire de ne pas court-circuiter les autres plans. Ne pas respecter cette règle peut impliquer des courants non nuls et incontrôlables pouvant dégrader la machine. Afin d'y parvenir, il est primordial d'avoir une boucle de courant rapide, stable et s'appuyant sur des transformées de Park fiables. Cela passe par des estimations correctes des orientations des différents plans, où seul un plan possède un glissement non nul et où les autres ne génèrent pas de couple. Dès que plusieurs plans génèrent

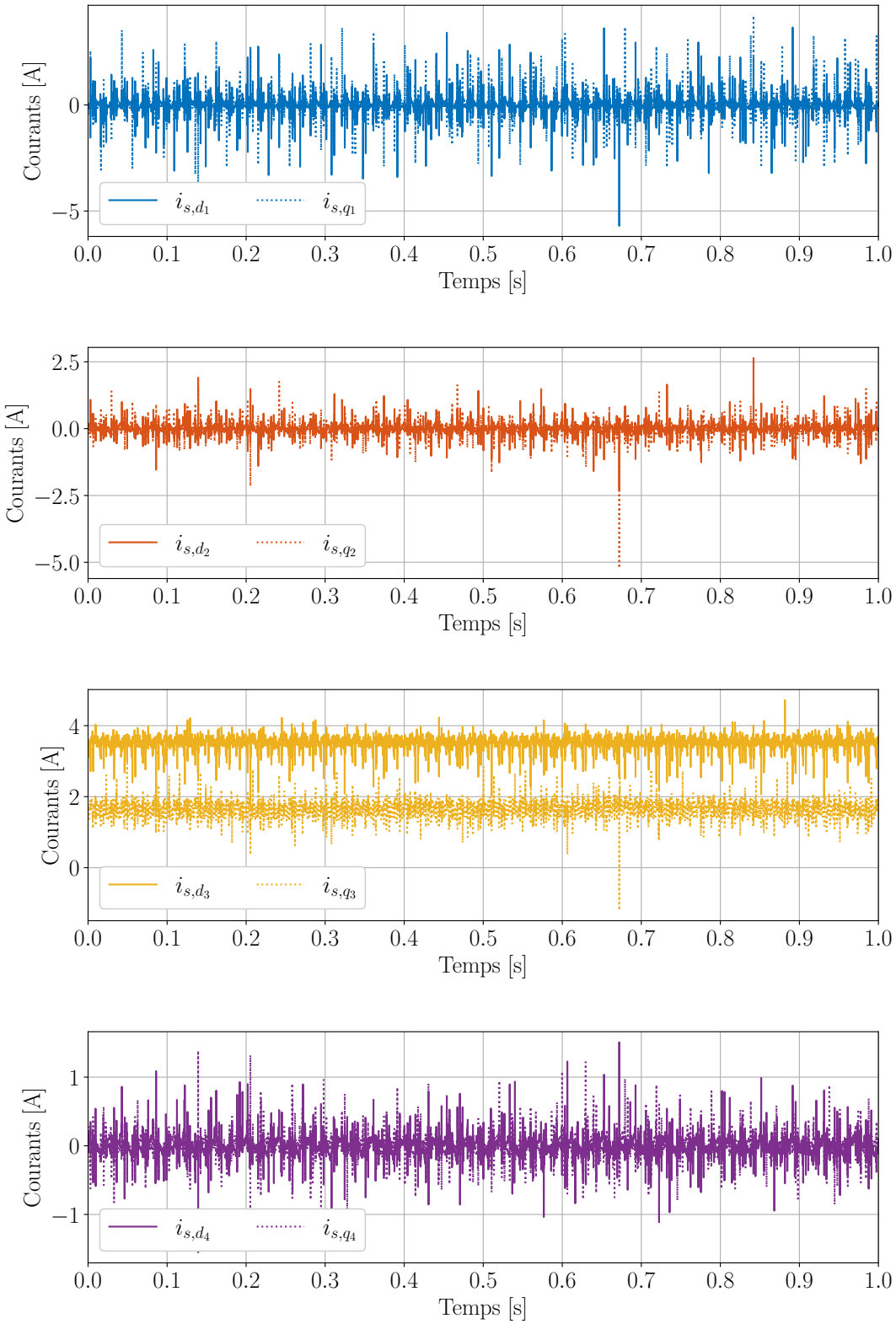


FIGURE IV.14 – Courants statoriques mesurés et projetés dans la base de Park $\mathbf{P}^9$ pour des essais avec une vitesse demandée de 1500tr/min pour une alimentation avec la séquence 3 et un courant débité par la machine de charge égal à 12A

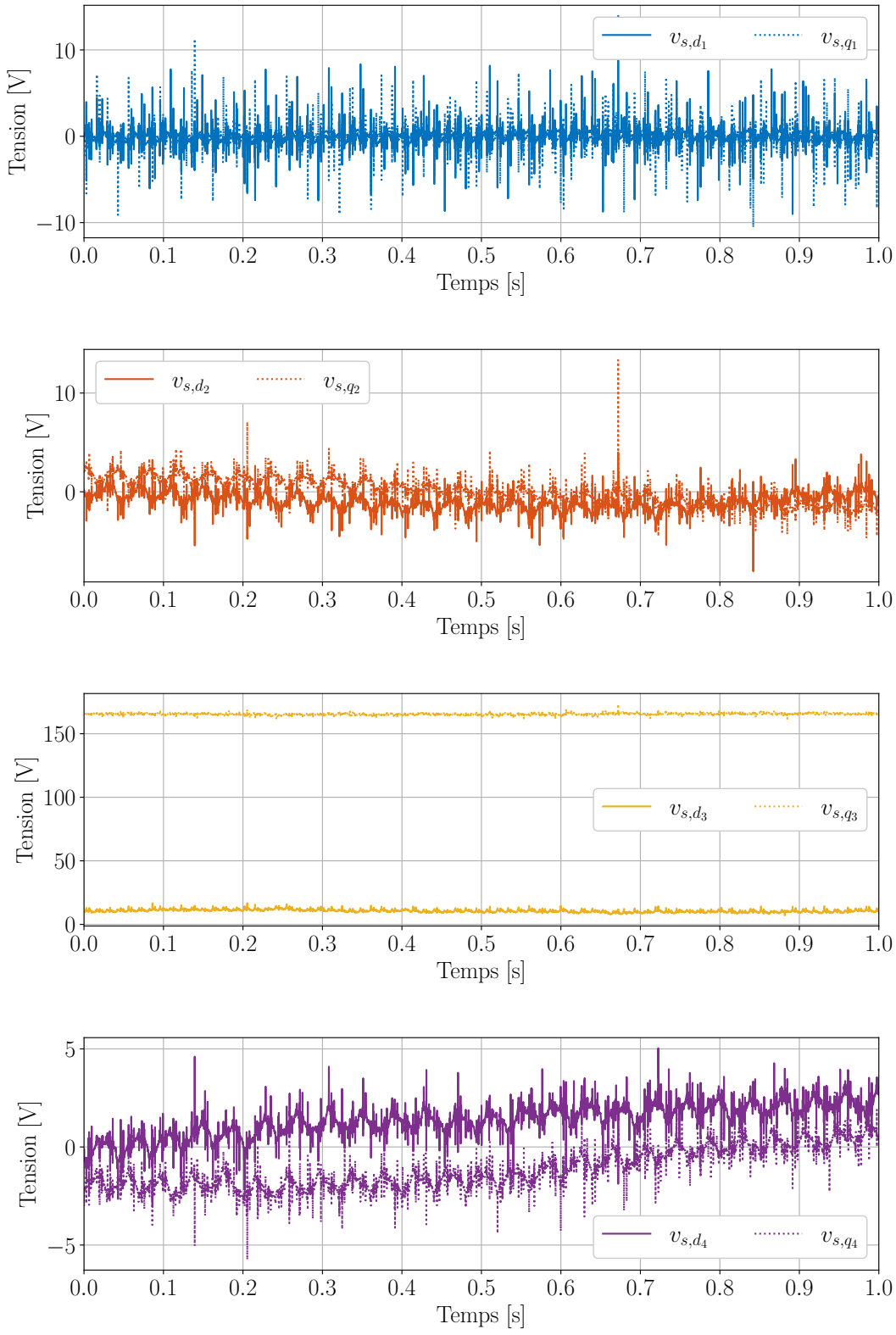


FIGURE IV.15 – Tensions statoriques de consigne projetés dans la base de Park $\mathbf{P}^9$ pour des essais avec une vitesse demandée de 1500tr/min pour une alimentation avec la séquence 3 et un courant débité par la machine de charge égal à 12A

du couple, comme lors d'un changement de polarité, d'une injection d'harmoniques ou si les estimations sont mal faites, les vibrations parasites peuvent apparaître.

Le contrôle monoséquence présenté par le schéma de la figure IV.4 permet de faire tourner la machine asynchrone à bobinage non diamétral à n'importe quelle vitesse, inférieur à sa vitesse de base, sous n'importe quelle charge, inférieure à sa charge de base, et peu importe la séquence choisie. Ce contrôle permet de faire démarrer la machine avec la séquence 1, ce qui n'est pas possible avec une alimentation en tension en boucle ouverte.

IV.6 Conclusion

Ce chapitre développe un modèle de commande de machine asynchrone polyphasée dans l'optique de pouvoir utiliser toutes les séquences de la-dite machine.

Le modèle de commande choisi ici est une commande indirecte d'orientation du flux rotorique. Ce modèle est connu pour le pilotage de machines triphasées où l'axe direct du plan de Park est asservi pour être superposé au flux rotorique. Pour ce faire, la mesure des trois courants de phases, permettant d'estimer le glissement ; et la mesure de la vitesse, permettant d'estimer la position du rotor, sont utilisées pour estimer la position du flux rotorique. Une boucle asservissant le couple et une boucle asservissant la vitesse complètent le modèle.

Ce modèle est adapté au pilotage de machines polyphasées pour une alimentation monoséquence. Pour les machines polyphasées disposant de plus qu'un seul plan de Park, une mesure des courants statoriques permet de calculer le glissement à appliquer sur chacun des plans, devant être nul sauf pour le plan correspondant à la séquence utilisée. De cette manière, seule une séquence crée un couple électromagnétique et les vibrations radiales créées par l'interaction de différents plans non synchronisés sont absentes. Pour assurer le glissement nul sur les plans non utilisés, la boucle de vitesse asservi tous les courants de phases, rendus continus par la transformation de Park. La problématique du changement de polarité n'est pas abordée. [74] précise que pour réaliser une transition douce entre deux séquences, il est nécessaire de magnétiser et démagnétiser des séquences en des temps liés aux constantes de temps rotoriques. Le passage d'une polarité à une autre est une opération délicate car ces constantes dépendent des paramètres rotoriques dont l'estimation est complexe

Des essais ont été réalisés sur le prototype 9 phases de l'*IRENav*. Ces essais ont permis l'acquisition de données relative au comportement de la machine (puissances consommées, rendement, couple et vitesse) et sur son pilotage (angles de Park, tensions et courants de consigne). Une analyse des angles de Park de chaque plan renseigne sur le synchronisme des plans non utilisés et sur la légère survitesse du plan contrôlé, nécessaire pour créer un couple. L'analyse des courants montre que tous les plans sont correctement contrôlés, et que seul le plan utilisé voit circuler des courants direct pour la magnétisation, et quadratique pour le couple. L'analyse des tensions montre que même si seul un plan voit du courant, tous les autres sont susceptibles d'être alimentés pour compenser l'effet des couplages interséquences linéaire ou dû à la saturation. Le relevé des puissances pour différents points mécaniques permet de calculer le rendement de la machine pour chaque charge. À partir des cartes de rendement du prototype, il est possible de choisir quelle séquence utiliser pour profiter du meilleur rendement possible.

Conclusion et perspectives

Cette thèse étudie des modèles de machines asynchrones polyphasées pour la conception et la commande dans l'optique de faire de la commutation électronique de pôles. Les modèles de conception ont pour but de prévoir le comportement de la machine à moindre coût calculatoire peu importe la séquence d'alimentation utilisée. Ils doivent aussi être généraux pour permettre l'étude de n'importe quelle machine polyphasée, notamment sur la prise en compte des harmoniques d'espaces inhérents à l'augmentation du nombre de phases et cruciaux pour la commutation électronique de pôles. Le modèle de commande développé permet de piloter toutes les séquences d'une machine polyphasée.

Le chapitre II présente deux modèles circuits linéaires modélisant le comportement électromécanique d'une machine asynchrone polyphasée. Le premier modèle est un modèle temporel permettant de prévoir le régime transitoire et permanent d'une machine sous les hypothèses d'un matériau linéaire, d'un entrefer lisse et d'un champ d'entrefer radial. Ce modèle permet de prévoir l'évolution des tensions, des courants et des flux des phases statoriques et rotoriques ainsi que la vitesse et le couple électromagnétique. Aussi, une étude des grandeurs électriques dans les bases de découplage met en évidence la contribution de chaque harmonique d'espace à ces grandeurs. Ces études harmoniques permettent de décrire précisément et succinctement les couplages interséquences linéaires qui peuvent servir à raffiner les règles de choix du nombre de phases et d'encoches statoriques et rotoriques. En ajoutant au modèle temporel l'hypothèse du régime permanent sinusoïdal mono-séquence, un modèle fréquentiel est développé. Bien connu de la littérature triphasée mono-séquence, ce modèle est présenté ici comme totalement général. Il permet d'associer à une séquence un circuit équivalent monophasé modélisant la machine. Il est donc résolvable instantanément et permet de tracer les caractéristiques couple-glissement ou courant-glissement. Des phénomènes dimensionnant comme les couples de gorge ou le blocage sur les vitesses différentes de la vitesse de synchronisme, observées lors d'essais sur un prototype 9 phases, sont retranscrits par ces modèles. Ces modèles permettent donc de prédimensionner des géométries et bobinages de machines.

Les deux modèles linéaires sans prise en compte de l'effet de peau présentés dans ce chapitre décrivent fidèlement et rapidement le comportement d'une machine asynchrone. Comme le modèle fréquentiel est déduit du modèle temporel, les résultats en régime permanent du couple ou du courant devraient être identiques. Or une différence persiste, il sera nécessaire de l'expliquer. Ces modèles ne prennent pas en compte la saturation. Il serait intéressant de raffiner ces modèles pour obtenir les caractéristiques couple-glissement avec un matériau non linéaire, dont les propriétés peuvent être traduites par une diminution des inductances en fonction du flux, observable en simulant un réseau de réluctances. Aussi, les caractéristiques multiséquences peuvent être étudiées. Injecter plusieurs séquences dans l'onde de FMM avec des amplitudes et phases issues d'optimisations permettrait de choisir des alimentations où le couple serait maximisé, où la saturation serait limitée ou où les pertes seraient réduites. Enfin, les modèles présentés ici étant généraux surtout au niveau du bobinage rotorique, ils peuvent être utilisés pour explorer des bobinages filtrant certains harmoniques comme des *nested rotor loop* ou des rotors bobinés.

Le chapitre III présente la construction d'un réseau de réluctances linéaires et non linéaires

sous les hypothèses de champ unidirectionnel dans les dents, ouvertures et culasses du circuit magnétique. Leurs résolutions donnent les cartes de champ de la machine avec une alimentation statorique donnée et un rotor dont les encoches ne sont parcourues par aucun courant. Les résultats des réseaux de réluctances sont comparés à des simulations éléments-finis magnétostatiques équivalentes. Le réseau linéaire à tendance à sous-estimer d'une vingtaine de pourcents les résultats des modèles éléments-finis, tout en étant résolu 400 fois plus rapidement. De plus, il permet d'observer le couplage interséquence linéaire décrit dans le chapitre précédent. Les résultats du réseau non linéaire sont fidèles aux résultats éléments-finis mais sont donné 80 fois plus rapidement. Le réseau non linéaire permet d'observer les couplages interséquences en saturation et de tracer rapidement les inductances magnétisantes en fonction du courant et observer leur diminution due à la saturation. La saturation est restituée à moindre coût calculatoire et peut permettre de raffiner un modèle circuit linéaire en modèle circuit non linéaire. Il est utile de remarquer que pour les hautes polarités, l'hypothèse de champ radial dans l'entrefer est moins vérifiée et que le réseau de réluctances unidirectionnelles ne pourra pas rendre compte de phénomènes de lignes de champ non magnétisantes.

Pour parfaire le dimensionnement d'une machine pour la commutation de pôles, il pourra être intéressant d'inclure le modèle dans un schéma d'intégration numérique permettant de calculer le flux dans les phases, de calculer la force électromotrice associée et d'en déduire le comportement transitoire avec un matériau non linéaire. Ce nouveau modèle serait analogue au modèle temporel linéaire développé dans le chapitre II mais prendrait en compte la saturation du matériau. Il serait différent du modèle à entrefer augmenté dans la mesure où l'état de saturation du fer de la machine serait localement calculé, et permettrait de dimensionner la géométrie des dents et des encoches pour éviter ou limiter la saturation lors des régimes transitoire et permanent. Aussi, le modèle temporel linéaire renseigne sur la répartition des courants dans les conducteurs rotoriques. Alimenter le rotor du réseau de réluctance avec ces courants est une piste pour raffiner le modèle et obtenir une estimation des sollicitations magnétiques en charge. Aussi, le réseau développé peut être adapté pour étudier des rotors synchro-réluctants multiharmoniques pouvant fonctionner efficacement avec certaines séquences statoriques.

Le chapitre IV développe un modèle de commande de machine contrôlant simultanément tous les plans de Park statoriques par un contrôle indirect de l'orientation du flux rotorique. Ce choix de commande permet de réduire le nombre de capteurs nécessaires et privilégie la robustesse de la commande à la rapidité du contrôle. Le schéma de commande nécessite de connaître la position du flux rotorique par rapport à chaque plan, estimée par la mesure de la vitesse du rotor et de la pulsation des courants rotoriques. La commande développée est basée sur des identifications de paramètres électriques par des modèles linéaires et est testée sur le prototype 9 phases. Elle n'utilise qu'un seul plan de Park, donc qu'une seule séquence choisie par l'utilisateur, pour créer un couple. Les autres plans de Park sont alimentés en tension pour qu'aucun courant n'y circule. Cette méthode permet d'éviter des surintensités et est censée créer une force électromotrice contenant uniquement les harmoniques de la séquence utilisée. Les essais réalisés sur le banc d'essais de l'*IRENav* montrent que le contrôle des courants est réussi, c'est-à-dire que les courants sont bien monoséquence, mais qu'ils demandent d'alimenter la machine avec des tensions multiséquences car des couplages interséquences linéaire ou non linéaire sont présents.

Actuellement, le modèle de commande ne crée le couple qu'en utilisant un seul plan de Park. La transition d'une polarité à une autre n'a pas été abordée. Pour ce faire, le plan initial doit être progressivement démagnétisé tandis que le plan final doit être progressivement magnétisé afin de garantir la continuité du couple et réduire le temps de transition. L'injection d'harmoniques ou la création de couple sur plusieurs plans n'a pas été étudiée dans ce chapitre mais permettrait d'écrêter l'onde de force magnétomotrice, de limiter la saturation, d'améliorer l'utilisation du fer et donc d'améliorer le rendement. Il serait alors nécessaire de conserver un glissement égal sur tous les plans coupleux pour éviter des vibrations. Aussi, les paramètres

utilisés pour le contrôle, comme l'inductance magnétisante, sont issus de modélisations linéaires. La connaissance de la diminution des inductances magnétisantes des différents plans permettrait de réaliser des commandes plus précises, de prévoir l'état magnétique de la machine et de la piloter en conséquence. L'installation expérimentale de l'*IRENav* sera en tout point capable de tester de nouvelles stratégies de contrôle sur le prototype 9 phases à bobinage non diamétral ou sur un futur prototype 9 phases à bobinage diamétral.

Annexe A

Calcul des coefficients de la matrice de couplage stator/rotor exprimée dans les bases de Fortescue

Cette annexe détaille le calcul des coefficients de la matrice d'inductance rotor/stator dans les bases de Fortescue, notée $[\mathcal{L}_{sr,v}]$ et définie, $\forall v \in \mathbb{N}^*$, par

$$[\mathcal{L}_{sr,v}] = [F_s]^{-1} [M_{sr,v}] [F_r] \tag{A.1}$$

où $[F_s]$ et $[F_r]$ sont respectivement les matrices de passage de la base statorique naturelle à la base de Fortescue de dimension N_s et de la base rotorique naturelle à la base de Fortescue de dimension N_r. Les ensembles auxquels appartiennent le numéro de ligne n et le numéro de colonne q sont notés

$$\begin{cases} \mathcal{D}_n = [\![0; N_s - 1]\!] \\ \mathcal{D}_q = [\![0; N_r - 1]\!] \end{cases} \tag{A.2}$$

[46] rappelle que, pour des bobinages à nombre d'encoches par pôles et par phase entier ($2s_{pp} \in \mathbb{N}$), le coefficient de la matrice $[M_{sr,v}]_{n,q}$, $n \in \mathcal{D}_n$ et $q \in \mathcal{D}_q$, est égal à

$$[M_{sr,v}]_{n,q} = 2|\underline{m}_{sr,v}| \cos\left(v\theta_m - \frac{2\pi}{N_s} hn + \frac{2\pi}{N_r} vq + \arg(\underline{m}_{sr,v})\right) \tag{A.3}$$

où $\underline{m}_{sr,v}$ est le coefficient de couplage stator/rotor pour l'harmonique v défini par

$$\underline{m}_{sr,v} = \frac{\mu_0}{g_e} L_z R_g N_{cd,s} N_{cd,r} \frac{1}{2\pi} \frac{Q_s}{N_s} \frac{N_r}{N_r} \frac{\underline{K}_{s,v} \underline{K}_{r,v}}{v^2}. \tag{A.4}$$

Dans la suite, l'argument de ce nombre complexe sera noté $\delta_{sr,v}$.

A.1 Coefficients de la matrice $[M_{sr,v}] [F_r]$: droites et plans rotoriques atteints

Le coefficient de la ligne n et de la colonne q de la matrice $[M_{sr,v}] [F_r]$ est égal à

$$\left([M_{sr,v}]\,[F_r]\right)_{n,q} = \frac{|\underline{m}_{sr,v}|}{\sqrt{N_r}} \quad \left(e^{+j\left(v\theta_m - v\frac{2\pi}{N_s p}n + \delta_{sr,v}\right)} \sum_{k=0}^{N_r-1} \left(e^{j\frac{2\pi}{N_r}(q+v)} \right)^k \right. \\ \left. + e^{-j\left(v\theta_m - v\frac{2\pi}{N_s p}n + \delta_{sr,v}\right)} \sum_{k=0}^{N_r-1} \left(e^{j\frac{2\pi}{N_r}(q-v)} \right)^k \right) \tag{A.5}$$

Ce coefficient permet de savoir à quelle droite ou plan rotorique appartient l'harmonique d'espace v. Pour alléger les écritures, l'angle $v\theta_m - v\frac{2\pi}{N_s p}n + \delta_{sr,v}$ est noté $\theta_{v,n}$. Pour calculer ce coefficient, quatre cas sont possibles, en fonction de l'appartenance ou non des nombres $\frac{q \pm v}{N_r}$ à l'ensemble des entiers relatifs.

A.1.1 Cas 1 : v appartient à une droite homopolaire rotorique

Le cas 1 est défini si

$$\begin{cases} \frac{q-v}{N_r} \in \mathbb{Z} \\ \frac{q+v}{N_r} \in \mathbb{Z}. \end{cases} \tag{A.6}$$

Soient m et m' deux entiers relatifs, le système précédent peut s'écrire de la manière suivante :

$$\iff \begin{cases} q - v = mN_r \\ q + v = m'N_r. \end{cases} \\ \iff \begin{cases} v = -mN_r + q \\ 2q = (m+m')N_r. \end{cases} \tag{A.7}$$

La première ligne indique que le numéro de colonne q est le reste de la division euclidienne de v par N_r. La deuxième ligne indique que $2q$ est un multiple de N_r. Comme $q \in [\![0, N_r - 1]\!]$, alors $2q$ est un multiple de N_r dans l'intervalle $[\![0, 2N_r - 2]\!]$, il vient

$$\iff \begin{cases} \mathrm{mod}(v, N_r) = q \\ 2q \in \{0, N_r\} \end{cases} \\ \iff \begin{cases} \mathrm{mod}(v, N_r) = q \\ q \in \left\{0, \frac{N_r}{2}\right\} \cap \mathbb{N} \end{cases} \\ \iff \begin{cases} \mathrm{mod}(v, N_r) \in \left\{0, \frac{N_r}{2}\right\} \cap \mathbb{N} \\ q = \mathrm{mod}(v, N_r). \end{cases} \tag{A.8}$$

Ainsi, le coefficient rentre dans le cas 1 si le reste de la division euclidienne de v par N_r est égal à 0 ou $\frac{N_r}{2}$ si N_r est pair. Le coefficient est alors positionné sur la colonne 0 ou $\frac{N_r}{2}$ si N_r est pair et est égal à

$$\left([M_{sr,v}]\,[F_r]\right)_{n,q} = 2\sqrt{N_r}|\underline{m}_{sr,v}|\cos\left(\theta_{v,n}\right). \tag{A.9}$$

L'harmonique v appartient à la droite homopolaire numérotée $\mathrm{mod}(v, N_r)$.

A.1.2 Cas 2 : v appartient à un plan rotorique

Le cas 2 est défini si

$$\begin{cases} \dfrac{q-v}{N_r} \in \mathbb{Z} \\ \dfrac{q+v}{N_r} \notin \mathbb{Z}. \end{cases} \tag{A.10}$$

Soient m et m' deux entiers relatifs et a un entier de l'intervalle $[\![1; N_r - 1]\!]$. Le système précédent peut s'écrire de la manière suivante :

$$\iff \begin{cases} q - v = -mN_r \\ q + v = m'N_r + a. \\ v = mN_r + q \\ 2q = (m+m')N_r + a = m''N_r + a. \end{cases} \tag{A.11}$$

La première ligne indique le numéro de colonne q est le reste de la division euclidienne de v par N_r. Les valeurs possibles de m'', apparu dans la deuxième ligne, peuvent être déterminées. En effet

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2q = m''N_r + a \\ 2q \in [\![0; 2N_r - 2]\!] \\ a \in [\![1; N_r - 1]\!] \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} 2q = m''N_r + a \\ 2q \in [\![0; 2N_r - 2]\!] \\ m''Q + a \in [\![m''Q + 1; m''Q + N_r - 1]\!] \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} 2q = m''N_r + a \\ 2q \in [\![0; 2N_r - 2]\!] \cap \left(\displaystyle\bigcup_{m'' \in \mathbb{Z}} [\![m''Q + 1; m''Q + N_r - 1]\!] \right). \end{cases} \end{aligned} \tag{A.12}$$

L'intersection des différents ensembles résulte en des ensembles non vides uniquement si m'' vaut 0 ou 1. Ainsi,

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2q = m''N_r + a \\ 2q \in \displaystyle\bigcup_{m'' \in \{0;1\}} ([\![0; 2N_r - 2]\!] \cap [\![m''Q + 1; m''Q + N_r - 1]\!]) \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} 2q = m''N_r + a \\ 2q \in [\![1; N_r - 1]\!] \cup [\![N_r + 1; 2N_r - 1]\!] \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} 2q = m''N_r + a \\ 2q \in [\![1; 2N_r - 1]\!] \backslash \{N_r\} \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} 2q = m''N_r + a \\ q \in [\![1; N_r - 1]\!] \backslash \left(\left\{ \dfrac{N_r}{2} \right\} \cap \mathbb{N} \right) \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} 2q = m''N_r + a \\ q \in \mathcal{D}_q \backslash \left(\left\{ 0; \dfrac{N_r}{2} \right\} \cap \mathbb{N} \right). \end{cases} \end{aligned} \tag{A.13}$$

Finalement, il est possible d'écrire l'appartenance au cas 2 par

$$\begin{cases} \mathrm{mod}(v, N_r) \in \mathcal{D}_q \backslash \left(\left\{ 0; \dfrac{N_r}{2} \right\} \cap \mathbb{N} \right) \\ q = \mathrm{mod}(v, N_r) \end{cases} \tag{A.14}$$

Ainsi, le coefficient rentre dans le cas 2 si le reste de la division de v par N_r n'est ni égal à 0, ni à $N_r/2$ s'il est entier. Le coefficient est alors positionné sur la colonne $q = \mathrm{mod}(v, N_r)$ et est égal à

$$\left([M_{sr,v}]\,[F_r]\right)_{n,q} = \sqrt{N_r}|\underline{m}_{sr,v}|e^{-j\theta_{v,n}}. \tag{A.15}$$

L'harmonique v appartient au plan rotorique numéroté $\min(\mathrm{mod}(v, N_r), Qr - \mathrm{mod}(v, N_r))$.

A.1.3 Cas 3 : v appartient à un plan rotorique

Le cas 3 est défini si

$$\begin{cases} \dfrac{q-v}{N_r} \notin \mathbb{Z} \\ \dfrac{q+v}{N_r} \in \mathbb{Z}. \end{cases} \tag{A.16}$$

Ce cas est identique au cas 2 si le changement de v en $-v$ est fait. Il vient alors

$$\begin{cases} \mathrm{mod}(-v, N_r) \in \mathcal{D}_q \backslash \left(\left\{ 0; \dfrac{N_r}{2} \right\} \cap \mathbb{N} \right) \\ q = \mathrm{mod}(-v, N_r) \end{cases} \tag{A.17}$$

Cette équation peut être réécrite en remarquant que $\mathrm{mod}(-v, N_r) = \mathrm{mod}(-\mathrm{mod}(v, N_r), N_r)$, Ainsi

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \mathrm{mod}(-\mathrm{mod}(v, N_r)) \in \mathcal{D}_q \backslash \left(\left\{ 0; \dfrac{N_r}{2} \right\} \cap \mathbb{N} \right) \\ q = \mathrm{mod}(-v, N_r) \end{cases} \\ \iff & \begin{cases} \mathrm{mod}(v, N_r) \in \mathcal{D}_q \backslash \left(\left\{ 0; \dfrac{N_r}{2} \right\} \cap \mathbb{N} \right) \\ q = \mathrm{mod}(-v, N_r) \end{cases} \end{aligned} \tag{A.18}$$

Ainsi, comme dans le cas 2, le coefficient rentre dans le cas 3 si le reste de la division de v par N_r n'est ni égal à 0, ni à $N_r/2$ s'il est entier. Le coefficient est alors positionné sur la colonne $q = \mathrm{mod}(-v, N_r)$ et est égal à

$$\left([M_{sr,v}]\,[F_r]\right)_{n,q} = \sqrt{N_r}|\underline{m}_{sr,v}|e^{j\theta_{v,n}}. \tag{A.19}$$

Comme $\mathrm{mod}(v, N_r) \neq 0$, l'harmonique v appartient au plan numéroté $\min(\mathrm{mod}(-v, N_r), Qr - \mathrm{mod}(-v, N_r)) = \min(\mathrm{mod}(v, N_r), Qr - \mathrm{mod}(v, N_r))$. Il peut être remarqué que les cas 2 et 3 apparaissent simultanément.

A.1.4 Cas 4

Le cas 4 est défini si

$$\begin{cases} \dfrac{q-v}{N_r} \notin \mathbb{Z} \\ \dfrac{q+v}{N_r} \notin \mathbb{Z}. \end{cases} \tag{A.20}$$

Il regroupe donc toutes les autres possibilités que celles listées dans les trois cas précédents. Tous les autres coefficients sont nuls.

A.1.5 Forme de la matrice $[M_{sr,v}]\,[F_r]$

Des quatre cas précédents, il est possible d'en déduire les deux formes possibles de la matrice $[M_{sr,v}]\,[F_r]$.

Si $\mathrm{mod}(v, N_r) \in \left\{ 0, \dfrac{N_r}{2} \right\} \cap \mathbb{N}$ alors les coefficients de la matrice $[M_{sr,v}]\,[F_r]$ sont tous nuls sauf sur la colonne $q = \mathrm{mod}(v, N_r)$. La matrice est donc de la forme

$$[M_{sr,v}]\,[F_r] = 2\sqrt{N_r}|\underline{m}_{sr,v}| \begin{pmatrix} \cos(\theta_{v,0}) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cos(\theta_{v,1}) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \cos(\theta_{v,2}) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos(\theta_{v,N_s-1}) & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}. \tag{A.21}$$

Colonne $q = \mathrm{mod}(v, N_r)$

Cette forme de matrice correspond au cas où l'harmonique v appartient à une droite rotorique.

Si $\mathrm{mod}(v, N_r) \in \mathcal{D}_q \backslash \left(\left\{ 0; \frac{N_r}{2} \right\} \cap \mathbb{N} \right)$ alors les coefficients de la matrice $[M_{sr,v}]\,[F_r]$ sont tous nuls sauf sur les colonnes $q = \mathrm{mod}(v, N_r)$ et $q = \mathrm{mod}(-v, N_r)$. La matrice est donc de la forme

$$[M_{sr,v}]\,[F_r] = \sqrt{N_r}|\underline{m}_{sr,v}| \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & e^{-j\theta_{v,0}} & 0 & \cdots & 0 & e^{j\theta_{v,0}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & e^{-j\theta_{v,1}} & 0 & \cdots & 0 & e^{j\theta_{v,1}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & e^{-j\theta_{v,2}} & 0 & \cdots & 0 & e^{j\theta_{v,2}} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & e^{-j\theta_{v,N_s-1}} & 0 & \cdots & 0 & e^{j\theta_{v,N_s-1}} & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}. \tag{A.22}$$

Colonne $q = \mathrm{mod}(v, N_r)$

Colonne $q = \mathrm{mod}(-v, N_r)$

Cette forme de matrice correspond au cas où l'harmonique v appartient un plan rotorique.

A.2 Coefficients de la matrice $[\mathcal{L}_{sr,v}]$: couplage entre les espaces statoriques et rotoriques

Comme vu avec les deux formes précédentes, de la matrice $[M_{sr}]\,[F_r]$ est globalement creuse et la position des coefficients non nuls change en fonction de la valeur de $\mathrm{mod}(v, N_r)$. Pour étudier les espaces statoriques, le rang d'harmonique électrique est introduit. Il est noté h et est lié à v par la relation

$$v = hp \tag{A.23}$$

La forme de la matrice $[\mathcal{L}_{sr,v}]$ dépend de la forme de la matrice $[M_{sr,v}]\,[F_r]$.

Comme les calculs ressemble à ceux des quatre cas précédents (en faisant le changement de variables $(q, v, N_r) \longrightarrow (n, h, N_s)$), ils ne seront pas détaillés.

A.2.1 v appartient à une droite rotorique

Dans cette forme, seuls des coefficients de la colonne $q = \mathrm{mod}(v, N_r)$ de la matrice $[\mathcal{L}_{sr,v}]$ peuvent être non nuls. Ces coefficients sont égaux à

$$\begin{aligned} [\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q} &= \sum_{k=0}^{N_s-1} \frac{e^{-j\frac{2\pi}{N_s}nk}}{\sqrt{N_s}} 2\sqrt{N_r}|\underline{m}_{sr,v}| \cos(\theta_{v,n}) \\ &= 2\sqrt{\frac{N_r}{N_s}}|\underline{m}_{sr,v}| \sum_{k=0}^{N_s-1} \cos\left(v\theta_m + \delta_{sr,v} - \frac{2\pi}{N_s}hk \right) e^{-j\frac{2\pi}{N_s}nk} \end{aligned} \tag{A.24}$$

Soit après développement

$$[\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q} = \sqrt{\frac{N_r}{N_s}}|\underline{m}_{sr,v}| \quad \left(e^{+j(v\theta_m+\delta_{sr,v})} \sum_{k=0}^{N_s-1} \left(e^{-j\frac{2\pi}{N_s}(n+h)} \right)^k + e^{-j(v\theta_m+\delta_{sr,v})} \sum_{k=0}^{N_s-1} \left(e^{-j\frac{2\pi}{N_s}(n-h)} \right)^k \right) \tag{A.25}$$

Plusieurs cas sont à différencier en fonction de l'appartenance de $\frac{n \pm h}{N_s}$ à l'ensemble des entiers relatifs.

Cas 5 : h appartient à une droite statorique

Si $\frac{n+h}{N_s} \in \mathbb{Z}$ et $\frac{n-h}{N_s} \in \mathbb{Z}$, alors le coefficient est non nul à la ligne $n = \text{mod}(h, N_s) \in \left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$. Le coefficient non nul est égal à

$$[\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q} = 2\sqrt{N_s N_r}|\underline{m}_{sr,v}| \cos(v\theta_m + \delta_{sr,v}) \tag{A.26}$$

et est positionné à la ligne $n = \text{mod}(h, N_s)$ et à la colonne $q = \text{mod}(v, N_r)$. L'harmonique h appartient à la droite statorique numérotée $\text{mod}(h, N_s)$.

Cas 6 : h appartient à un plan statorique

Si $\frac{n+h}{N_s} \in \mathbb{Z}$ et $\frac{n-h}{N_s} \notin \mathbb{Z}$, alors le coefficient est non nul à la ligne $n = \text{mod}(h, N_s) \in [\![1; N_s - 1]\!] = \mathcal{D}_n \backslash \left(\left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N} \right)$. Le coefficient non nul est égal à

$$[\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q} = \sqrt{N_s N_r}|\underline{m}_{sr,v}|e^{-j(v\theta_m+\delta_{sr,v})}. \tag{A.27}$$

et est positionné à la ligne $n = \text{mod}(h, N_s)$ et à la colonne $q = \text{mod}(v, N_r)$. L'harmonique h appartient au plan statorique numéroté $\min(\text{mod}(h, N_s), N_s - \text{mod}(h, N_s))$.

Cas 7 : h appartient à un plan statorique

Il est identique au cas 6 en changeant h en $-h$. Si $\frac{n+h}{N_s} \notin \mathbb{Z}$ et $\frac{n-h}{N_s} \in \mathbb{Z}$, alors le coefficient est non nul à la ligne $n = \text{mod}(-h, N_s) \in [\![1; N_s - 1]\!] = \mathcal{D}_n \backslash \left(\left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N} \right)$. Le coefficient non nul est égal à

$$[\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q} = \sqrt{N_s N_r}|\underline{m}_{sr,v}|e^{j(v\theta_m+\delta_{sr,v})}. \tag{A.28}$$

et est positionné à la ligne $n = \text{mod}(-h, N_s)$ et à la colonne $q = \text{mod}(v, N_r)$. L'harmonique h appartient au plan statorique $\min(\text{mod}(-h, N_s), N_s - \text{mod}(-h, N_s)) = \min(\text{mod}(h, N_s), N_s - \text{mod}(h, N_s))$. Le cas 7 apparait en même temps que le cas 6.

A.2.2 v appartient à un plan rotorique

Dans ce cas, seuls des coefficients des colonnes $q = \text{mod}(v, N_r)$ et $q = \text{mod}(-v, N_r)$ de la matrice $[\mathcal{L}_{sr,v}]$ peuvent être non nuls.

Pour les coefficients de la colonne $\text{mod}(v, N_r)$, ces derniers sont égaux à

$$
\begin{aligned}
[\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q} &= \sum_{k=0}^{N_s-1} \frac{e^{-j\frac{2\pi}{N_s}nk}}{\sqrt{N_s}} \sqrt{N_r} |\underline{m}_{sr,v}| e^{-j\theta_{v,k}} \\
&= \sqrt{\frac{N_r}{N_s}} |\underline{m}_{sr,v}| e^{-j(v\theta_m + \delta_{sr,v})} \sum_{k=0}^{N_s-1} \left(e^{j\frac{2\pi}{N_s}(h-n)} \right)^k
\end{aligned}
\tag{A.29}
$$

Ainsi, ce coefficient est nul pour toutes les valeurs de n sauf celle qui vérifie

$$
\frac{h-n}{N_s} \in \mathbb{Z} \Longleftrightarrow n = \mathrm{mod}(h, N_s) \tag{A.30}
$$

Un seul coefficient non nul est présent sur la colonne $\mathrm{mod}(v, N_r)$ et il est placé sur la ligne $n = \mathrm{mod}(h, N_s)$ et est égal à

$$
[\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q} = \sqrt{N_s N_r} |\underline{m}_{sr,v}| e^{-j(v\theta_m + \delta_{sr,v})}. \tag{A.31}
$$

Pour les coefficients de la colonne $\mathrm{mod}(-v, N_r)$, ces derniers sont égaux à

$$
\begin{aligned}
[\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q} &= \sum_{k=0}^{N_s-1} \frac{e^{-j\frac{2\pi}{N_s}nk}}{\sqrt{N_s}} \sqrt{N_r} |\underline{m}_{sr,v}| e^{j\theta_{v,k}} \\
&= \sqrt{\frac{N_r}{N_s}} |\underline{m}_{sr,v}| e^{j(v\theta_m + \delta_{sr,v})} \sum_{k=0}^{N_s-1} \left(e^{-j\frac{2\pi}{N_s}(h+n)} \right)^k
\end{aligned}
\tag{A.32}
$$

Ainsi, ce coefficient est nul pour toutes les valeurs de n sauf celle qui vérifie

$$
\frac{h+n}{N_s} \in \mathbb{Z} \Longleftrightarrow n = \mathrm{mod}(-h, N_s). \tag{A.33}
$$

Ce coefficient non nul est positionné sur la colonne $q = \mathrm{mod}(-v, N_r)$ et la ligne $n = \mathrm{mod}(-h, N_s)$ et est égal à

$$
[\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q} = \sqrt{N_s N_r} |\underline{m}_{sr,v}| e^{j(v\theta_m + \delta_{sr,v})}. \tag{A.34}
$$

L'harmonique h appartient à l'espace $\min(\mathrm{mod}(h, N_s), N_s - \mathrm{mod}(h, N_s))$. Cet espace est une droite si $\mathrm{mod}(h, N_s) \in \left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$ et est un plan sinon.

A.3 Synthèse

Les différents cas présentés dans cette annexe permettent de calculer la valeur du coefficient $[\mathcal{L}_{sr,v}]_{n,q}$, placé sur la ligne n et la colonne q, en différenciant plusieurs cas dépendants des valeurs de $\mathrm{mod}(h, N_s)$ et $\mathrm{mod}(v, N_r)$.

Les résultats précédents peuvent être regroupés sous forme d'un tableau synthétique (tableau A.1), où $\underline{M_v} = \sqrt{N_s N_r} \underline{m}_{sr,v}$.

Les résultats semblent correspondre à ceux de [57, 58].

Le couple d'harmoniques électrique et spatial (h, v) appartient à l'espace statorique numéroté $\min(\mathrm{mod}(h, N_s), \mathrm{mod}(-h, N_s))$ et à l'espace rotorique numéroté $\min(\mathrm{mod}(v, N_r), \mathrm{mod}(-v, N_r))$.

Note : il est possible de simplifier encore plus ce tableau. En effet, en prenant un cas général (c'est-à-dire $\mathrm{mod}(h, N_s) \in \mathcal{D}_n$ et $\mathrm{mod}(v, N_r) \in \mathcal{D}_q$) alors le coefficient est placé à

$(n, q) = (\mathrm{mod}(h, N_s), \mathrm{mod}(v, N_r))$ et vaut $Me^{-j\theta_v}$. Un autre coefficient est placé en $(n, q) = (\mathrm{mod}(-h, N_s),\ \mathrm{mod}(-v, N_r))$ et vaut $Me^{j\theta_v}$. Si $\mathrm{mod}(h, N_s)$ et $\mathrm{mod}(v, N_r)$ sont tous les deux nuls alors les deux coefficients sont superposés et l'addition de leurs valeurs vaut $2M\cos(\theta_v)$. Cependant, cette simplification ne fait plus la différence entre droite et plan : la droite est considérée comme un plan dégénéré.

TABLE A.1 – Synthèse des valeurs possibles des coefficients de $[\mathcal{L}_{sr,v}]$ et de leurs positions

		$\mathbf{mod}(v, N_r) \in$	$\left\{0; \frac{N_r}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$	$\mathcal{D}_q \backslash \left(\left\{0; \frac{N_r}{2}\right\} \cap \mathbb{N}\right)$	
		Espace rotorique	Droite	Plan	
$\mathbf{mod}(h, N_s) \in$	**Espace statorique**	$\boldsymbol{n} \setminus \boldsymbol{q}$	$\mathrm{mod}(v, N_r)$	$\mathrm{mod}(v, N_r)$	$\mathrm{mod}(-v, N_r)$
$\left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N}$	Droite	$\mathrm{mod}(h, N_s)$	$2\underline{M_v} \cos(v\theta_m + \arg\left(\underline{M_v}\right)$	$\underline{M_v}^* e^{-jv\theta_m}$	$\underline{M_v} e^{jv\theta_m}$
$\mathcal{D}_n \backslash \left(\left\{0; \frac{N_s}{2}\right\} \cap \mathbb{N}\right)$	Plan	$\mathrm{mod}(h, N_s)$	$\underline{M_v}^* e^{-jv\theta_m}$	$\underline{M_v}^* e^{-jv\theta_m}$	0
		$\mathrm{mod}(-h, N_s)$	$\underline{M_v} e^{jv\theta_m}$	0	$\underline{M_v} e^{jv\theta_m}$

Bibliographie

1. Libbos, E. *et al.* Loss Minimization and Maximum Torque-Per-Ampere Operation for Variable-Pole Induction Machines. en. *IEEE Transactions on Transportation Electrification* **6,** 1051-1064 (sept. 2020).
2. Zahr, H. *Machine Pentaphasée A Double Polarité Pour Electrification Du Domaine Des Transports Par Effet Boite De Vitesse Electromagnétique* Theses (Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, déc. 2016).
3. Dajaku, G., Bachheibl, F., Patzak, A. & Gerling, D. *Intelligent Stator Cage Winding for Automotive Traction Electric Machines* in (2015).
4. Bachheibl, F., Dajaku, G., Patzak, A. & Gerling, D. Control strategies and functional safety for intelligent Stator Cage Drive (ISCAD). *World Electric Vehicle Journal* **7,** 211-219 (juin 2015).
5. Levi, E., Bojoi, R., Profumo, F., Toliyat, H. & Williamson, S. Multiphase induction motor drives – a technology status review. en. *IET Electric Power Applications* **1,** 489-516 (juill. 2007).
6. Multon, B. Motorisation des véhicules électriques, Techniques de l'ingénieur. fr. *Électronique* (fév. 2001).
7. Magill, M. P., Krein, P. T. & Haran, K. S. *Equivalent circuit model for pole-phase modulation induction machines* in *2015 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)* (mai 2015), 293-299.
8. Wang, Y., Yang, J., Deng, R. & Yang, G. Parameters estimation for multiphase induction machine with concentrated windings through finite element method. en. *IET Electric Power Applications* **14,** 1807-1817 (oct. 2020).
9. Olson, G. F., Wu, Y. & Peretti, L. Parameter Estimation of Multiphase Machines Applicable to Variable Phase-Pole Machines. en. *IEEE Transactions on Energy Conversion* **38,** 2822-2831 (déc. 2023).
10. Yepes, A. G. *et al.* Parameter Identification of Multiphase Induction Machines With Distributed Windings—Part 1 : Sinusoidal Excitation Methods. en. *IEEE Transactions on Energy Conversion* **27,** 1056-1066 (déc. 2012).
11. Riveros, J. A. *et al.* Parameter Identification of Multiphase Induction Machines With Distributed Windings—Part 2 : Time-Domain Techniques. en. *IEEE Transactions on Energy Conversion* **27,** 1067-1077 (déc. 2012).
12. en. in *The Induction Machines design Handbook* Second Edition (Leo L. Grigsby, 2010).
13. en. in *Design of rotating electrical machines* Reprinted (Wiley, Chichester, 2010). isbn : 978-0-470-69516-6.
14. Dajaku, G. & Gerling, D. *Different novel electric machine designs for automotive applications* in *2013 World Electric Vehicle Symposium and Exhibition (EVS27)* (IEEE, Barcelona, Spain, nov. 2013), 1-7.

15. Sarlioglu, B., Morris, C. T., Han, D. & Li, S. *Benchmarking of electric and hybrid vehicle electric machines, power electronics, and batteries* en. in *2015 Intl Aegean Conference on Electrical Machines & Power Electronics (ACEMP), 2015 Intl Conference on Optimization of Electrical & Electronic Equipment (OPTIM) & 2015 Intl Symposium on Advanced Electromechanical Motion Systems (ELECTROMOTION)* (IEEE, Side, Turkey, sept. 2015), 519-526.

16. Mekahlia, A. *Contribution à la Conception de Machines Asynchrones à Cage Multipolarité à Effet Boîte de Vitesse Continue pour Application Automobile* fr. Thèse de doct. ().

17. Letellier, P. & Bondu, A. Navire tout électrique - Évolutions et systèmes de conduite, Techniques de l'ingénieur. fr. *Réseaux électriques et applications* (mai 2012).

18. Takahashi, I. & Ohmori, Y. High-performance direct torque control of an induction motor. en. *IEEE Transactions on Industry Applications* **25,** 257-264 (avr. 1989).

19. Depenbrock, M. 4,678,248 (1987).

20. Kazmierkowski, M., Franquelo, L., Rodriguez, J., Perez, M. & Leon, J. High-Performance Motor Drives. en. *IEEE Industrial Electronics Magazine* **5,** 6-26 (sept. 2011).

21. Blaschke, F. The Principle of Field Orientation as Applied to the NEW Transvector Closed-Loop System for Rotating-Field Machines. *Siemens review* **34,** 217-220 (déc. 1972).

22. Hasse, K. & Darmstadt, T. Zur Dynamik drehzahlgeregelter Antriebe mit stromrichtergespeisten Asynchron-Kurzschlussläufermaschinen / (jan. 1969).

23. Aditya, A. W., Happyanto, D. C. & Sumantri, B. Sliding Mode – Indirect Field Oriented Control for Induction Motor Speed Regulation. en. *EMITTER International Journal of Engineering Technology* **5** (2017).

24. Arahal, M. & Duran, M. PI tuning of five-phase drives with third harmonic injection. en. *Control Engineering Practice* **17,** 787-797 (juill. 2009).

25. Locment, F. *et al. Comparison of 3-, 5- and 7-leg Voltage Source Inverters for low voltage applications* en. in *2007 IEEE International Electric Machines & Drives Conference* (IEEE, Antalya, mai 2007), 1234-1239.

26. Libbos, E., Krause, E., Banerjee, A. & Krein, P. T. Inverter Design Considerations for Variable-Pole Induction Machines in Electric Vehicles. en. *IEEE Transactions on Power Electronics* **37,** 13554-13565 (nov. 2022).

27. Agamloh, E. B. Power and Efficiency Measurement of Motor-Variable-Frequency Drive Systems. en. *IEEE Transactions on Industry Applications* **53,** 766-773 (jan. 2017).

28. Pyrhönen, J., Jokinen, T., Hrabovcová, V. & Niemelä, H. *Design of rotating electrical machines* Reprinted. en. isbn : 978-0-470-69516-6 (Wiley, Chichester, 2010).

29. Scuiller, F., Semail, E. & Charpentier, J.-F. General modeling of the windings for multi-phase ac machines : Application for the analytical estimation of the mutual stator inductances for smooth air gap machines. en. *The European Physical Journal Applied Physics* **50,** 31102 (juin 2010).

30. Fudeh, H. & Ong, C. MODELING AND ANALYSIS OF INDUCTION MACHINES CONTAINING SPACE HARMONICS Part 1 : modeling and transformation. en (1983).

31. Pereira, L., Scharlau, C., Pereira, L. & Haffner, E. *Model of a five-phase induction machine allowing for harmonics in the air-gap field. Part I. Parameter determination and general equations* en. in *30th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004* **1** (IEEE, Busan, South Korea, 2004), 98-103. isbn : 978-0-7803-8730-0.

32. Toliyat, H., Lipo, T. & White, J. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications. I. Motor analysis. *IEEE Transactions on Energy Conversion* **6.** Conference Name : IEEE Transactions on Energy Conversion, 679-683 (déc. 1991).

33. Scuiller, F. Modélisation des bobinages polyphasés - Analyse des propriétés harmoniques spatiales, Techniques de l'ingénieur. fr. *Conversion de l'énergie électrique* (nov. 2022).

34. Pereira, L. A., Scharlau, C. C., Pereira, L. F. A. & Haffner, J. F. General Model of a Five-Phase Induction Machine Allowing for Harmonics in the Air Gap Field. en. *IEEE Transactions on Energy Conversion* **21,** 891-899 (déc. 2006).

35. Raj, R., Subramaniyane, P. & Peretti, L. *Design of a Variable Phase-Pole Induction Machine for Electric Vehicle Applications* in *2022 International Conference on Electrical Machines (ICEM)* (sept. 2022), 976-982.

36. Olson, G. F., Wu, Y., Haq, O. I. U. & Peretti, L. Enabling Variable Phase-Pole Drives With the Harmonic Plane Decomposition. en. *IEEE Access* **12,** 40049-40063 (2024).

37. Boldea, I. & Nasar, S. A. *The Induction Machines design Handbook* Second Edition. en (Leo L. Grigsby, 2010).

38. Scuiller, F. General, compact and easy-to-compute winding factor formulation. en. *IET Electric Power Applications* **14,** 1430-1437 (2020).

39. Abdel-Khalik, A., Masoud, M. & Williams, B. *Optimum flux distribution with harmonic injection for multiphase induction machine* en. in *5th IET International Conference on Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2010)* (Institution of Engineering et Technology, Brighton, UK, 2010), 213-213. isbn : 978-1-84919-231-6.

40. Abdel-Khalik, A. S., Mostafa Gadoue, S., Masoud, M. I. & Wiliams, B. W. Optimum Flux Distribution With Harmonic Injection for a Multiphase Induction Machine Using Genetic Algorithms. en. *IEEE Transactions on Energy Conversion* **26,** 501-512 (juin 2011).

41. Fortescue, C. L. Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks. *Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers* **37.** Conference Name : Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers, 629-716 (juin 1918).

42. Rockhill, A. A. & Lipo, T. A. *A generalized transformation methodology for polyphase electric machines and networks* en. in *2015 IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)* (IEEE, Coeur d'Alene, ID, mai 2015), 27-34.

43. Semail, E. *GÉNÉRALISATION DE LA MÉTHODE DES VECTEURS D'ESPACE* fr. Thèse de doct. ().

44. Kestelyn, X. *Modélisation Vectorielle Multimachines pour la Commande des Ensembles Convertisseurs-Machines Polyphasées* thèse de doct. (Universite de Lille, 2003).

45. Semail, E. *et al.* Machines polyphasées : de la modélisation Multimachine à la commande (mars 2004).

46. Fudeh, H. & Ong, C. MODELING AND ANALYSIS OF INDUCTION MACHINES CONTAINING SPACE HARMONICS Part 2 : Analysis of Asynchronous and Synchronous Actions. en (1983).

47. Scuiller, F. *Modélisation des machines électriques polyphasées pour la conception préliminaire* fr. thesis (Université de Bretagne Occidentale (UBO), juin 2021).

48. Osama, M. *A wide speed rande induction motor* thèse de doct. ().

49. Libbos, E. EFFICIENT OPERATION OF VARIABLE-POLE INDUCTION MACHINES AND DRIVES. en.

50. Moreira, J. & Lipo, T. Modeling of saturated AC machines including air gap flux harmonic components. en. *IEEE Transactions on Industry Applications* **28,** 343-349 (avr. 1992).

51. Pereira, L. A., Scharlau, C. C., Pereira, L. F. A. & Haffner, S. Influence of Saturation on the Airgap Induction Waveform of Five-Phase Induction Machines. en. *IEEE Transactions on Energy Conversion* **27,** 29-41 (mars 2012).

52. Olson, G. F., Wu, Y., Peretti, L. & Hinkkanen, M. Multiphase Machines : Stator and Rotor Inter-Plane Cross Saturation. *IEEE Access* **12,** 185250-185264 (2024).

53. Nedjar, B. Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l'optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation. fr.

54. Perho, J. ELECTRICAL ENGINEERING SERIES No. 110. en.

55. Roux, L., Scuiller, F. & Becker, F. *Modèles circuits pour machines asynchrones polyphasées fonctionnant sous différentes polarités* in (Lille, France, 2023), 6.

56. Fudeh, H. & Ong, C. MODELING AND ANALYSIS OF INDUCTION MACHINES CONTAINING SPACE HARMONICS Part 3 : Three-Phase Cage Rotor Induction Machines. en (1983).

57. Pereira, L., Scharlau, C., Pereira, L. & Haffner, J. *Model of a five-phase induction machine allowing for harmonies in the air-gap field. II. Transformation of co-ordinates and d-q models* en. in *30th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2004. IECON 2004* **2** (IEEE, Busan, South Korea, 2004), 1682-1687. isbn : 978-0-7803-8730-0.

58. Mekahlia, A., Semail, E., Scuiller, F. & Zahr, H. Reduced-Order Model of Rotor Cage in Multiphase Induction Machines : Application on the Prediction of Torque Pulsations. en. *Mathematical and Computational Applications* **25,** 11 (jan. 2020).

59. en. in *The Induction Machines design Handbook* Second Edition (Leo L. Grigsby, 2010).

60. Mezani, S. *MODELISATION ELECTROMAGNETIQUE ET THERMIQUE DES MOTEURS A INDUCTION, EN TENANT COMPTE DES HARMONIQUES D'ESPACE* fr. Thèse de doct. ().

61. Reddy, B. P., Iqbal, A. & Keerthipati, S. Dynamic Modelling and Control of Pole-phase Modulation based Multiphase Induction Motor Drives. en.

62. Abdel-Khalik, A. S., Elserougi, A., Ahmed, S. & Massoud, A. Vector Control of Multiphase Induction Machine Under Open-Circuit Phase Faults. en (2013).

63. Roux, L., Scuiller, F. & Becker, F. *Vectorial Control of a Multiphase Induction Machine for Electronic Pole Commutation* en. in *2024 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)* (IEEE, Napoli, Italy, juin 2024), 19-24. isbn : 9798350387599.

64. Foggia, A. Méthodes de calcul des inductances de fuites. fr. *Conversion de l'énergie électrique* (fév. 1999).

65. Besnerais, J. L. Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines - low-noise design rules and multi-objective optimization. fr.

66. Jecmenica, M., Brkovic, B., Levi, E. & Lazarevic, Z. Interplane cross-saturation in multiphase machines. en. *IET Electric Power Applications* **13,** 1812-1822 (nov. 2019).

67. Polinder, H., Slootweg, J., Hoeijmakers, M. & Compter, J. Modeling of a linear pm machine including magnetic saturation and end effects : maximum force-to-current ratio. en. *IEEE Transactions on Industry Applications* **39,** 1681-1688 (nov. 2003).

68. en. in *The Induction Machines design Handbook* Second Edition (Leo L. Grigsby, 2010).

69. Lubin, T., Mezani, S. & Rezzoug, A. Analytic Calculation of Eddy Currents in the Slots of Electrical Machines : Application to Cage Rotor Induction Motors. en. *IEEE Transactions on Magnetics* **47,** 4650-4659 (nov. 2011).

70. Boussak, M. & Jarray, K. A high-performance sensorless indirect stator flux orientation control of induction motor drive. en. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **53,** 41-49 (fév. 2006).

71. Olmi, C. *Contribution à l'évaluation de la fiabilité des chaînes polyphasées de conversion électromécanique d'énergie* thèse de doct. (mai 2019).

72. Wu, Y., Haq, O. I. U. & Peretti, L. Minimum Torque Dip Pole Transition in Variable Phase-Pole Machines With Voltage Limitation. en. *IEEE Transactions on Energy Conversion,* 1-10 (2024).

73. Haq, O. I. U., Wu, Y., Peretti, L., Bosga, S. G. & Kanchan, R. S. Generalized Harmonic Injection Strategy for Multiphase Induction Machine Control. en. *IEEE Transactions on Energy Conversion,* 1-10 (2024).

74. Wu, Y., Olson, G. F. & Peretti, L. Pole-Transition Control of Variable-Pole Machines Using Harmonic-Plane Decomposition. en. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **70,** 7753-7760 (août 2023).

Lucas Roux

Modèles de conception et de commande de machines asynchrones polyphasées pour la commutation électronique de pôles

Résumé

Les machines polyphasées disposent de plusieurs séquences d'alimentation, chacune générant un train d'harmoniques spatiaux spécifiques de force magnétomotrice. Cette propriété permet de changer la polarité magnétique de l'induit en fonction de la séquence engagée (pratiquement par la commande de l'onduleur). Un effet de commutation électronique de pôles est ainsi obtenu laissant espérer une extension de la caractéristique couple/vitesse à puissance apparente d'onduleur donnée. A haute vitesse, lorsque la limite en tension d'alimentation est atteinte, une alternative au défluxage est ainsi obtenue. A basse vitesse, l'utilisation optimale de plusieurs séquences d'alimentation pourrait augmenter le rapport couple sur courant efficace. Le domaine d'application peut être la traction automobile ou la propulsion navale. Pour bénéficier effectivement de cet effet, il convient de concevoir un rotor apte à fonctionner sur plusieurs polarités.

Résumé en anglais

Multiphase machines have several power supply sequences, each generating a specific spatial harmonic train of magnetomotive force. This property allows to change the magnetic polarity of the stator according to the sequence engaged (practically by the inverter control). An electronic pole-switching effect is thus obtained, allowing an extension of the torque/speed characteristic at a given inverter apparent power. At high speed, when the supply voltage limit is reached, an alternative to defluxing is obtained. At low speeds, the optimal use of several supply sequences could increase the torque to RMS current ratio. The field of application can be automotive traction or naval propulsion. In order to effectively benefit from this effect, a rotor must be designed to operate on several polarities.